

Un Modelo Multicriterio para el Análisis de la Eficiencia en el sector del Aceite de Oliva en España

Rafaela Dios-Palomares¹, David Alcaide-López-de-Pablo², Ángel Prieto³

¹ *Departamento de Estadística, Campus de Rabanales, Universidad de Córdoba, Córdoba, España*

Tfno: 957218479 email: rdios@uco.es

² *Departamento de Estadística, Investigación Operativa y Computación. Universidad de La Laguna, San Cristóbal de La Laguna, Tenerife, España Tfno: 922318182 email:*

dalcaide@ull.es

³ *Ministerio de Ciencia e Innovación, IRNASA – CSIC, Salamanca, España*

Tfno:923219606 email: angel.prieto@irnasa.csic.es

Resumen

En este trabajo se presenta una nueva metodología que permite estimar la eficiencia técnica en un espacio de dimensión $m+s$, donde m es el número de inputs y s es el número de outputs, con la particularidad de que el consumo de cada input puede dividirse en secciones de consumo de inputs (en adelante *ICSs*), siendo posible la transferencia de input entre estas secciones. Dicho análisis proporciona información sobre el consumo total de cada input, al igual que hacen las técnicas de análisis envolvente de datos (DEA), y también proporciona la asignación más eficiente del consumo de los *ICSs*. Este trabajo estudia la eficiencia técnica desde este punto de vista y lo aplica al sector del aceite de oliva en España. Se presenta una metodología no-paramétrica, y se propone un modelo de Programación Lineal Multicriterio (MLP) con orientación input. El análisis se desarrolla tanto a nivel global, como a los niveles de input y de *ICS*, definiendo el grado de satisfacción alcanzado en todos estos niveles por cada almazara, de acuerdo con sus propias preferencias. De esta manera, el modelo MLP propuesto ofrece a los decisores una información más detallada que otros modelos propuestos en la literatura. Así, a la vista de la aplicación que se realiza se concluye que el sector del aceite de oliva debe mejorar sobretudo la gestión en el consumo de la mano de obra especializada, y que las soluciones con dos escenarios opuestos demuestran que el modelo es idóneo para la toma de decisión que se pretende.

Palabras clave: eficiencia, aceite de oliva, productividad, modelos multicriterio

JEL: C14, L11, M11

1. Introducción

La eficiencia técnica en producción frecuentemente se analiza mediante la estimación de la función de frontera de la producción. En la actualidad, las metodologías más usadas para la

estimación de la eficiencia son la programación matemática con el análisis envolvente de datos, DEA en el acrónimo anglosajón, (Cooper *et al.*, 2007), y la frontera econométrica (Kumbhakar y Knox Lovell, 2000). La eficiencia media de una muestra y el índice de eficiencia de cada empresa se pueden estimar por ambos métodos.

Este trabajo está motivado por la situación actual del sector del aceite de oliva en España y, más concretamente, en Andalucía, región que tiene un porcentaje elevado del total de la producción española.

El aceite de oliva es un producto con una particular importancia en la denominada dieta mediterránea, dieta basada en el propio aceite de oliva y en otros productos agrícolas propios del sistema de producción agrícola del área mediterránea. Esta importancia es aún más específica en España, debido principalmente a dos razones: la primera de ellas es que el aceite de oliva es uno de los componentes esenciales y primordiales de la dieta mediterránea y, la segunda razón es porque España en general, y Andalucía en particular, es una de las principales zonas productoras de aceite de oliva a nivel mundial. En los últimos 10 años (2001–2010), alrededor del 39% del aceite de oliva producido en todo el mundo tiene origen español, y por encima de un 79% de este aceite de oliva viene de Andalucía (Rallo 2010).

La eficiencia y productividad de la industria almazara debe incrementarse, y se deben poner en práctica políticas adecuadas para abrir nuevos mercados competitivos, para compensar el continuo descenso de financiación y apoyo que ocurrirá en el futuro próximo (Mili 2009). La importancia social, financiera, y medioambiental del sector de la aceituna en España, y especialmente en Andalucía está fuera de toda duda y es ampliamente conocida y estudiada (Sánchez *et al.* 2011). Las diferentes almazaras suelen estar interesadas en optimizar sus consumos de input garantizando los deseados niveles de producción o de outputs.

Este trabajo presenta resultados de una investigación que forma parte de una línea de investigación que iniciaron los autores y está dedicada a la estimación de la eficiencia de las empresas almazaras en Andalucía. Hasta hoy, el problema ha sido considerado desde diferentes puntos de vista. Dios-Palomares and Martínez-Paz (2010), aplicaron métodos de funciones distancia econométricas teniendo en cuenta no solo la producción de aceite de oliva sino también la calidad de la empresa y el respeto medioambiental. Dios-Palomares and Martínez-Paz (2011) propusieron un nuevo modelo de estimación de la eficiencia,

considerando la calidad y el respeto medioambiental como atributos, y calcularon incluso índices de eficiencia específicos. Recientemente, Dios-Palomares et al (2013), han introducido un nuevo modelo DEA medioambiental con Programas, considerando el impacto medioambiental como un output no deseado. Además el análisis se ha realizado incluyendo variables no discrecionales desde dos puntos de vista. Por un lado, se consideró que la forma jurídica (cooperativa versus no cooperativa) afecta a la frontera (tecnología). Esta variable se incluye a través de un método específico de tres etapas. Por otro lado, la relación entre eficiencia y otras variables no discrecionales se analizó mediante la estimación de un modelo Tobit.

Todos estos enfoques previos investigaron sobre la eficiencia de cada empresa, proporcionando asesoramiento sobre las posibles mejoras en el consumo de cada input. Sin embargo, es interesante estudiar la eficiencia a un nivel más detallado, teniendo en cuenta las siguientes características de las empresas en relación al consumo de sus inputs. En esta industria, se produce simultáneamente aceite de oliva y aceituna de mesa. Este proceso de producción consume recursos que pueden ser modelados por medio de los siguientes cuatro inputs: Mano de obra no especializada, mano de obra especializada, capital circulante y capital fijo. Todos los inputs son compartidos en la producción de los dos outputs.

Pero en relación a la mano de obra no especializada, y al capital circulante hay que tener en cuenta ciertas consideraciones especiales. Por un lado, un trabajador no especializado puede trabajar en la fase de producción de recepción de la aceituna, pero también puede ayudar en la fase de extracción de aceite, o en la de envasado y venta, o realizar cualquier otro trabajo no específico de la industria. Este es un escenario muy común en procesos de producción con input compartidos. Sin embargo, el trabajo no especializado tiene una componente estacional muy importante en esta industria y también la proporción de trabajo eventual es muy alta en la fase de recepción de la aceituna. Por este motivo, los gerentes están muy interesados en conocer la mínima cantidad de trabajo no especializado que puede ser asignado a esta primera fase de la producción. Es decir que los decisores quieren conocer cuál será la mejor asignación del trabajo no especializado entre las cuatro fases descritas, de acuerdo con el comportamiento del resto de empresas del sector. Por otro lado, el capital circulante total consumido puede asignarse bien a la producción o a otros servicios. En este caso el gerente también puede

considerar que la cantidad consumida en producción es esencial y por tanto, le gustaría saber la mejor asignación entre las dos secciones de consumo de capital circulante en la industria.

Al igual que en la industria del aceite de oliva, en otros procesos de producción que tienen lugar en el mundo real, es frecuente que se puedan establecer algunos subprocesos de manera que un input se pueda consumir en cualquiera de ellos indistintamente. Así podemos pensar en un proceso de producción que se puede dividir, para todas las empresas, en k subprocesos, y el consumo total del input i puede ser distribuido entre los k subprocesos, de manera que las cantidades consumidas del input i en el subproceso k con $k=1, \dots, K$ se denomina sección de consumo de input (*ICSs*). Además, en la mayoría de los casos, es importante para el gerente, controlar el consumo de cada input en cada uno de los subprocesos, y asignar el consumo del input a cada fase del modo más conveniente para la empresa. Si se puede contar con información sobre los *ICS* de ese input realizados por todas las empresas de la muestra, entonces sería muy interesante realizar un análisis de eficiencia para decidir sobre la asignación óptima de recursos a ese nivel, de acuerdo con las preferencias del gerente. En este contexto, dado un proceso de producción en el que se consumen varios inputs, puede pasar lo siguiente:

- 1- Al decisor le interesa dividir cada input de forma diferente.
- 2- No hay información disponible para dividir todos los inputs en los mismos subprocesos.

Por esta razón, en este trabajo presentamos un modelo que refleja este escenario y permite una división distinta para cada input.

Una de las motivaciones de este trabajo es el estudio de esta situación con el objetivo de ofrecer índices de eficiencia detallados a nivel global, de input y de sección de consumo de input (*ICS*) a las empresas extractoras de aceite de oliva (las unidades de decisión *DMUs*). De hecho el presente trabajo propone un nuevo modelo y lo aplica al sector económico del aceite de oliva.

A diferencia de otros trabajos, en el presente trabajo presentamos un modelo de programación lineal multicriterio (*MLP*) con orientación input para calcular todas las eficiencias detalladas que se han comentado. Si todas las empresas de la muestra bajo consideración tienen los mismos inputs, los mismos outputs, y para cada input, la misma división en *ICS*, esto será la base del análisis de eficiencia. El análisis proporciona información sobre el consumo óptimo de cada

input tal y como lo hace DEA, así como sobre la asignación más eficiente en el uso de cada input i , y de cada uno de sus ICS . Este trabajo estudia la eficiencia técnica desde este enfoque. Es importante remarcar que la metodología desarrollada en este trabajo es diferente de DEA. Al igual que en DEA nos interesa definir y medir los niveles de eficiencia para las DMUs. Los parámetros que reflejan la eficiencia en DEA están en la función objetivo del Programa Matemático que resuelve el problema. En el modelo MLP que proponemos los índices de eficiencia se calculan después de resolver el correspondiente Programa Matemático. En adición, y a diferencia con DEA, el modelo MLP propuesto permite computar los índices de eficiencia a niveles más profundos que los calculados con DEA. Estos niveles son el nivel global, de input y de ICS .

El modelo MLP propuesto en el presente trabajo es un modelo de decisión multicriterio ("multicriteria decision making (MCDM)") y los pesos no son variables de decisión, sino datos constantes del problema. Cada DMU tiene su propio conjunto de pesos que conforman la Función de Utilidad. De esta forma el decisor de la DMU incorpora sus preferencias en el modelo MLP. Hay también artículos y publicaciones científicas dedicados a ayudar a las DMUs a definir bien sus preferencias, es decir a elegir los pesos de los criterios en un modelo de toma de decisión multicriterio (MCDM) (Jahanshahloo et al.,2011).. En el modelo MLP propuesto, el análisis se aplica a cada DMU. Se formula como una situación en la que cada DMU tiene su propia frontera, que se modela de acuerdo con su función de utilidad. Esta función de utilidad se define para cada DMU de acuerdo con sus preferencias. El modelo se formula paraminimizar el consumo de inputs y de ICS s. Se definen también índices de eficiencia a nivel de DMU, de input y de ICS . El modelo se aplica al sector del aceite de oliva y de los resultados se obtienen conclusiones relevantes.

El presente trabajo se estructura como sigue: en la próxima sección se formula el problema. En la Sección 3 se presenta el modelo MLP y se resuelve con una función de utilidad. La Sección 4 aplica el modelo MLP sugerido al sector del aceite de oliva en Andalucía. Finalmente, se resumen algunas conclusiones en la Sección 5. La última sección incluye la Bibliografía.

2. Formulación del problema

Este trabajo trata del análisis de eficiencia técnica de un sector económico. Estamos interesados en evaluar la eficiencia de una empresa mediante su comparación con el resto de

las empresas del sector. Un total de m inputs se consumen en el proceso de producción de cada empresa DMU para producir s outputs. En el sector económico bajo estudio, la cantidad consumida de cada input se puede dividir en un cierto número de *ICSs* que son secciones o partes del consumo del mismo. Cada uno de los *ICS* se asigna a un subproceso de producción. La división del consumo de cada input i en *ICSs* debe cumplir los siguientes requerimientos:

1. El consumo total del input i en el proceso de producción es la suma de los consumos de todas las secciones *ICSs*
2. En la práctica, sería posible transferir parte del consumo total del input i (X_i) desde una sección a otra de entre las *ICS* de ese input i .
3. Hay información disponible de los consumos *ICSs* de todas las empresas de la muestra estudiada, para todos los inputs que se dividan en *ICSs*.

Para mejorar la eficiencia en el proceso de producción, es muy útil que los decisores tengan conocimiento de las mejores opciones de comportamiento para su DMU y el modo de conseguirlo. Es también importante detectar puntos críticos y debilidades en el proceso de producción a fin de conocer los aspectos en que pueden mejorar. A diferencia de otros autores, sugerimos un modelo que nos permite calcular un índice de eficiencia diferente para cada *ICS*, y para cada input.

Con los propósitos de evaluación y comparación comentados, la literatura científica existente intenta describir la actividad de la compañía considerando sus inputs y outputs.

El modelo DEA para estimar el conjunto de posibles puntos de producción fue inicialmente propuesto por Charnes *et al.* (1978), y puede verse también en numerosas publicaciones y libros, por ejemplo, Cooper *et al.* (2007).

La solución del *modelo CCR con orientación input* nos proporcionará un índice θ de *eficiencia técnica* input-orientada para DMU_0 , que es una medida radial e idéntica para todas las m inputs. Estos valores llevan a comparaciones entre DMUs, y también ofrecen a los decisores información útil para mejorar la eficiencia. Sin embargo, no proporcionan una estimación de la eficiencia a nivel *ICS*.

En el presente artículo, el modelo sugerido presenta estimaciones de la *eficiencia global*, *eficiencias input*, y, *eficiencias ICS*. Más aún, se definen *radios diferenciales ICS*, y *radios diferenciales input* para sugerir mejoras a los DMUs.

3. Modelo Matemático de Programación Lineal Multi-Criterio propuesto

3.1. Caracterizando el modelo MLP

3.1.1. Introducción

Se consideran m inputs indexados por $i = 1, \dots, m$; s outputs indexados por $r = 1, \dots, s$; y n DMUs indexados por $j = 1, \dots, n$. Los DMUs desarrollan un proceso que consiste en varios subconjuntos de actividades. La estructura del proceso de producción es la misma en todos los DMUs. Los inputs difieren de acuerdo con su naturaleza, y el número de ICSs en los que se dividen. Esta idea se ilustra en la Figura 1.

Dado un input i , $i = 1, \dots, m$, su uso puede dividirse o distribuirse en K_i ICSs indexados por $k = 1, \dots, K_i$. Se trata con situaciones donde todos los DMUs tienen los mismos inputs, los mismos outputs, y (para el uso de cada input) los mismos ICSs. Por tanto, m , s y K_i , $i = 1, \dots, m$, son constantes, y no dependen del DMU considerado.

Definamos y_r^j como el valor del output r en DMU $_j$, $r = 1, \dots, s$, $j = 1, \dots, n$. En nuestro proceso productivo, el uso de los inputs se distribuye en ICSs; por tanto, x_{ik}^j es el valor de consumo del input i en DMU $_j$ correspondiente al ICS k , $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, $k = 1, \dots, K_i$. Para cualquier input dado i , se pueden sumar los usos de todos los ICSs de tal input en DMU $_j$, y entonces calcular

$$x_i^j = \sum_{k=1}^{K_i} x_{ik}^j \quad (1)$$

como la cantidad total de input i en DMU $_j$, donde K_i denota el número de ICSs en los cuales el consumo de tal input i se distribuye, e $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$.

3.1.2. Conjunto de posibles puntos de producción

Comenzamos esta sección definiendo el conjunto de posibles puntos de producción. Denotemos por P_{MLP} dicho conjunto y denotemos por $x = (x_{ik}) \in \mathbb{R}_+^{m \times K}$ la matriz de $m \times K$ cantidades input-ICS (con $K = \max_{i=1, \dots, m} \{K_i\}$, y $x_{ik} = 0$ si $k > K_i$), y denotemos por $y \in \mathbb{R}_+^s$ un vector de s cantidades output. Midamos el tamaño de la empresa j con el valor T_j dado por:

$$T_j = \sum_{r=1}^s \tau_r y_r^j \quad (2)$$

con pesos conocidos $\tau_r \geq 0, r = 1, \dots, s$.

El conjunto de actividades factibles (x, y) donde x es una matriz de inputs e y es un vector de outputs viene dado por el conjunto de posibles puntos de producción

$$P_{MLP} = \{(x, y), x \in \mathbb{R}_+^{m \times K}, y \in \mathbb{R}_+^s / x \text{ produce } y\} \quad (3)$$

Este conjunto de posibles puntos de producción satisface las siguientes hipótesis:

Hipótesis 1. Las actividades observadas (x, y) pertenecen a P_{MLP} .

Hipótesis 2. (x, y) no pertenece a P_{MLP} si $x = 0$ e $y \geq 0$ con al menos una componente del vector de outputs estrictamente positiva. Esto es, no es posible producir output sin consumir input.

Hipótesis 3. Para cualquier actividad (x, y) en P_{MLP} , cualquier actividad semi-positiva (\bar{x}, \bar{y}) con $\bar{x} \geq x$ e $\bar{y} \leq y$ está en P_{MLP} . Esto es, cualquier actividad con input no menor que x en todas las componentes y output no mayor que y en cualquier componente es factible. Esto es, inputs y outputs son ambos fuertemente disponibles. Esto se denomina que el conjunto de puntos posibles de producción P_{MLP} es *FDH* (*free disposal hull*).

Hipótesis 4. Para cualquier actividad (x, y) en P_{MLP} , el *radio input / output* para cada input i y output r es mayor o igual que el mínimo *radio input / output* (para el correspondiente input i y output r) entre todos los puntos en P_{MLP} . Esto ocurre para cada input $i, i = 1, \dots, m$, y output $r, r = 1, \dots, s$.

Hipótesis 5. Para cada actividad (x, y) en P_{MLP} , el *radio input / tamaño* para cada input i y sección de consumo de input (ICS) k es mayor o igual que el mínimo *radio input / tamaño* (para el correspondiente input i e ICS k) entre todos los puntos en P_{MLP} . Esto ocurre para cada input $i, i = 1, \dots, m$, y sección de consumo de input $k, k = 1, \dots, K_i$.

Hipótesis 6. Para cualquier actividad (x, y) en P_{MLP} , el *consumo de input* para cada input i e ICS k es no-negativo, esto es, mayor o igual a cero. Y esto ocurre para cada input $i, i = 1, \dots, m$, y sección de consumo de input $k, k = 1, \dots, K_i$.

Entonces, nuestro conjunto de posibles puntos de producción es

$$P_{MLP} = \{(x, y), x \in \mathbb{R}_+^{m \times K}, y \in \mathbb{R}_+^s / (x, y) \text{ satisfies assumptions 1 to 6}\} \quad (4)$$

En el próximo epígrafe propondremos un modelo MLP para estimar tal conjunto de posibles puntos de producción P_{MLP} , y la región factible de tal modelo será el conjunto P_{MLP} .

3.1.3. El modelo MLP

La frontera P_{MLP}^{∂} del conjunto de posibles puntos de producción P_{MLP} viene dada por:

$$P_{MLP}^{\partial} = \left\{ (x^P, y^P), x^P \in \mathbb{R}_+^{m \times K}, y^P \in \mathbb{R}_+^s \text{ / al menos una restricción de } P_{MLP} \text{ se satisface con igualdad} \right\} \quad (5)$$

La frontera P_{MLP}^{∂} de P_{MLP} constituye la tecnología. El modelo MLP estima el conjunto de puntos posibles de producción Ψ con P_{MLP} como en (4). Además, se establecerán criterios de optimización para aproximarnos a la frontera P_{MLP}^{∂} dada por (5) para alcanzar eficiencia.

Dados los datos de input, tamaño y output; para cada input i , se pretende optimizar la cantidad total de input para tal input i , y las cantidades parciales de consumo de ese input en todos sus ICSs, y esto ocurre para cada DMU, una sola vez. Por tanto, se requieren n optimizaciones, una para cada DMU_j para ser evaluado. Cada una de estas optimizaciones es un *problema de optimización multi-criterio*. Como el modelo tiene una orientación input, los objetivos de estos problemas multi-criterio son minimizar los inputs (en todos los ICSs), garantizando los outputs. Minimizar inputs de modo que se garanticen los outputs equivale a minimizar los radios input/tamaño garantizando los outputs.

Consideremos cualquier DMU_j y denotémoslo por DMU_o , con $o = 1, \dots, n$. Denotemos por K_i el número de ICSs de uso para el input dado i , $i = 1, \dots, m$. Para cada DMU_o , el correspondiente problema de programación lineal multi-criterio con orientación input MLP_o se muestra más adelante, donde las variables de decisión son:

$$X_{ik}^o = \text{cantidad deseable de consumo de input } i \text{ en su sección de consumo de input (ICS) } k \text{ de} \\ \text{el correspondiente proceso de decisión en la unidad } DMU_o, \text{ para cada input } i = 1, \dots, m, \text{ e ICS } k \\ = 1, \dots, K_i. \quad (6)$$

Podemos resumir todos los ICSs del consumo de cada input i , en DMU_o , con las variables de decisión:

$$X_i^o = \sum_{k=1}^{K_i} X_{ik}^o \text{ cantidad deseable de input } i \text{ en } DMU_o, \text{ para todos los inputs } i = 1, \dots, m. \quad (7)$$

Y el problema MLP_o es:

$$\min \left\{ X_{1,1}^o, X_{1,2}^o, \dots, X_{1,K_1}^o; X_{2,1}^o, X_{2,2}^o, \dots, X_{2,K_2}^o; \dots; X_{m,1}^o, X_{m,2}^o, \dots, X_{m,K_m}^o \right\} \quad (8)$$

$$\text{s.a.:} \quad X_i^o \geq y_r^o LB_{ir}, \text{ para todos los inputs } i = 1, \dots, m, \text{ y outputs } r = 1, \dots, s, (9)$$

$$T_o l_{ik} \leq X_{ik}^o \text{ para todos los inputs } i = 1, \dots, m, \text{ e ICSs } k = 1, \dots, K_i, (10)$$

$$0 \leq X_{ik}^o, \text{ para todos los inputs } i = 1, \dots, m, \text{ e ICSs } k = 1, \dots, K_i, (11)$$

Donde las cotas inferiores LB_{ir} y l_{ik} son:

$$LB_{ir} = \min_{j=1, \dots, n} \left\{ \frac{x_i^j}{y_r^j} > 0 \right\}, \quad \forall i = 1, \dots, m, \forall r = 1, \dots, s \quad (12)$$

$$l_{ik} = \min_{j=1, \dots, n} \left\{ \frac{x_{ik}^j}{T_j} > 0 \right\}, \quad \forall i = 1, \dots, m, \forall k = 1, \dots, K_i \quad (13)$$

para todos los inputs $i = 1, \dots, m$, outputs $r = 1, \dots, s$, e ICSs $k = 1, \dots, K_i$, siendo T_o una medida del tamaño de DMU_o , para $o = 1, \dots, n$. Por ejemplo, si hay un solo output ($s = 1$, e $y_r^o = y^o$ para el único valor $r = 1$), tomamos $T_o = y^o$, el valor del output de DMU_o , $o = 1, \dots, n$. Si hay más de un output, T_o se estima en (2).

La región factible (9) – (11) caracteriza el conjunto de posibles puntos de producción P_{MLP} y su frontera P_{MLP}^∂ (dada por (4) – (5)).

Nótese que, en nuestra notación, letras mayúsculas X 's denotan *variables de decisión*, mientras que las letras minúsculas x 's denotan los datos *input observados*, e.d., constantes conocidas.

Como cualquier problema de programación lineal multi-criterio, podemos intentar resolver el modelo MLP con tres enfoques diferentes conocidos como *Función de Utilidad*, *Aproximación Jerárquica*, y *Optimalidad de Pareto* (véase por ejemplo: Zeleny, 1982; Romero, 1983; Yu, 1985; González-Martín, 1986; Steuer, 1986; Barba-Romero y Pomerol, 1997; Wallenius *et al.*, 2008). Adoptaremos en este trabajo el enfoque de *Función de Utilidad*.

3.2. Resolviendo el problema multi-criterio dado con el modelo MLP mediante una Función de Utilidad.

Consideremos el enfoque de función de utilidad. Elegimos una combinación lineal ponderada de los criterios (inputs) considerados en (8). Las ponderaciones (pesos) se definen para cada

input en cada ICS, e. d. considerando los niveles ICS, y no solamente el input total. Estos conjuntos de pesos son característicos de cada DMU y este es el modo en el cual las preferencias de los decisores se incorporan al modelo MLP.

Denotemos tal función de utilidad como

$$f(X^o) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{K_i} w_{ik}^o X_{ik}^o \quad (14)$$

donde:

X_{ik}^o = cantidad requerida de consumo del input i en ICS k del correspondiente proceso en DMU _{o} , para todos los inputs $i = 1, \dots, m$, e ICSs $k = 1, \dots, K_i$, como se describe en (6), esto es, X_{ik}^o son las variables de decisión.

w_{ik}^o = peso o importancia del input i e ICS k relativos a DMU _{o} , para todos los inputs $i = 1, \dots, m$, y secciones de input $k = 1, \dots, K_i$. Estos pesos se establecen previamente por los decisores y representan sus preferencias.

$X^o = (X_{ik}^o) m \times K$ matriz de variables de decisión que caracteriza el espacio de soluciones para DMU _{o} , con índice de input $i = 1, \dots, m$, e índice de ICS $k = 1, \dots, K$, donde, por conveniencia de notación, se toma $K = \max_{i=1, \dots, m} \{K_i\}$ y se asume, sin pérdida de generalidad, que $X_{ik}^o = x_{ik}^o = 0$ si $k > K_i$.

Así, el enfoque de Función de Utilidad consiste en resolver el siguiente

Modelo con Función de Utilidad MLP _{o} :

$$\min f(X^o) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{K_i} w_{ik}^o X_{ik}^o \quad (15)$$

s.a.: (9) – (11).

La función de utilidad (15), se refiere a cada DMU _{o} , e incluye los pesos w_{ik}^o (para cada input i e ICS k ; $i = 1, \dots, m$; $k = 1, \dots, K_i$). Estos pesos afectan a las variables de decisión X_{ik}^o , y pueden diferir entre los diferentes DMUs, e.d. cada DMU tiene su propia función de utilidad. Estos pesos pueden entenderse como preferencias de los DMUs, y definen la dirección en la que cada DMU desea alcanzar la frontera. La dirección preferida para moverse a la frontera

será la dirección correspondiente al ICS con mayor peso. En tal ICS, la solución alcanzará un valor mínimo de acuerdo con la tecnología.

3.3. Definiendo y calculando la eficiencia

Esta sección se dedica a definir y calcular diferentes tipos de eficiencia, con respecto a DMUs, inputs e ICSs. Estas eficiencias deben calcularse con respecto a ciertos valores (óptimos) de referencia. Nuestros valores de referencia serán los valores óptimos de las funciones objetivo de nuestro modelo de programación lineal multi-criterio (modelo MLP_o). Dado que adoptamos un enfoque de función de utilidad, tomaremos directamente el valor óptimo de la función objetivo de dicho problema para comparar, definir y calcular la eficiencia. La función objetivo también define una dirección a la frontera $P_{MLP}^{\bar{d}}$, y esta dirección se define con los pesos w_{ik}^o , relativos a DMU_o .

3.3.1. Eficiencia Global de una DMU_o

Denotemos por X_{ik}^{o*} , para $i = 1, \dots, m$, y $k = 1, \dots, K_i$ los valores óptimos de las variables de decisión tras resolver el problema con la función de utilidad (problema (15) sujeto a (9) – (11)) en DMU_o . Incluso si hay óptimos alternativos a este problema (15) sujeto a (9) – (11), el valor óptimo de la función objetivo no cambia y puede denotarse por

$$Z^{o*} = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{K_i} w_{ik}^o X_{ik}^{o*} \quad (16)$$

Definición 1. (Eficiencia global para un DMU dado).

Dado un DMU_o , con $o = 1, \dots, n$, se define la *eficiencia global* de DMU_o , como:

$$\theta^o = \frac{Z^{o*}}{\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{K_i} w_{ik}^o x_{ik}^o} \quad (17)$$

Este valor está acotado entre 0 y 1, $0 \leq \theta^o \leq 1$. Además, se define de manera unívoca sin ambigüedad por la unicidad de Z^* .

3.3.2. Eficiencia Input para un DMU_o dado en un input i

Definamos ahora la *eficiencia input* de un DMU_o dado para cada input i , $i = 1, \dots$. Se considera el siguiente problema:

Problema input i – DMU_o .

$$\min Z_i^o = \sum_{k=1}^{K_i} w_{ik}^o X_{ik}^o \quad (18)$$

s.t. (9) – (11) (restringidas al input i).

Las restricciones (9) – (11) restringidas al input i son un subconjunto de las restricciones (9) – (11). Por completitud y mejor entendimiento, escribimos a continuación dicho subconjunto:

$$X_i^o \geq y_r^o LB_{ir} \text{ para todos los outputs } r = 1, \dots, s, \quad (19)$$

$$T_o l_{ik} \leq X_{ik}^o \text{ para todos los ICSs } k = 1, \dots, K_i, \quad (20)$$

$$0 \leq X_{ik}^o, \text{ para todos los ICSs } k = 1, \dots, K_i, \quad (21)$$

Sea Z_i^{o*} el valor óptimo de la función objetivo de este problema *input i – DMU_o*. La unicidad de

Z_i^{o*} se garantiza incluso si hay óptimos alternativos para este nuevo problema *input i – MLP_o*.

Sea $\{X_{ik}^{o-(input i)^*}\}$ (variando $k = 1, \dots, K_i$) las coordenadas de una solución óptima del problema.

Definición 2. (Eficiencia Input para un DMU dado en un input i dado).

Dado DMU_o, con $o = 1, \dots, n$, y un input i , $i = 1, \dots, m$; definamos la *eficiencia input* de DMU_o en tal input i como:

$$\theta_i^o = \frac{Z_i^{o*}}{\sum_{k=1}^{K_i} w_{ik}^o X_{ik}^o} \quad (22)$$

Este valor está acotado entre 0 y 1. Además, se define de manera inequívoca sin ambigüedad por la unicidad de Z_i^{o*} . Y esta unicidad viene del hecho de que Z_i^{o*} es el valor óptimo de la función objetivo del problema *input i – MLP_o*.

3.3.3. Eficiencia ICS para un DMU_o dado en el consumo de un input i en una sección ICS k considerada.

Definamos ahora la *eficiencia ICS* de un DMU_o dado en un input i ($i = 1, \dots, m$) para todas las secciones ICSs k ($k = 1, \dots, K_i$). Se considera previamente el problema:

Problema ICS α – input i – DMU_o.

$$\min Z_{i\alpha}^o = w_{i\alpha}^o X_{i\alpha}^o \quad (23)$$

s.t. (9) – (11) (restringido al input i).

Las restricciones (9) – (11) restringidas al input i son un subconjunto de las restricciones (9) – (11). Como los pesos $w_{i\alpha}^o$ son también datos de entrada, tal problema equivale al problema:

$$\min X_{i\alpha}^o \quad (24)$$

s.a. (19) – (21).

La región factible de este problema (relativa a la sección ICS α del input i) es exactamente la misma que la región factible del problema correspondiente a tal input i , e.d.. el problema *input i – DMU_o*. Cambiemos ahora la letra α por la letra k . Cuando resolvemos el problema *ICS k – input i – DMU_o* correspondiente a la sección considerada ICS k , todas las variables de decisión correspondientes a todas las secciones ICSs del input i están también presentes en el problema. En otras palabras, consideramos todas las otras variables de decisión relativas a todas las secciones ICSs de consumo del input i , e.d. variables de decisión $X_{i\rho}^o$, para toda sección ICSs $\rho = 1, \dots, K_i$. Sin embargo, en la función objetivo solo existe la variable de decisión asociada a la sección ICS k considerada, variable X_{ik}^o .

Sea $X_{ik}^{o-(input\ i, ICS\ k)^*}$ el valor óptimo de la única variable de decisión presente en la función objetivo del *problema ICS k – input i – DMU_o*. Como la función objetivo tiene una sola variable, entonces, incluso si hay óptimos alternativos, el valor óptimo $X_{ik}^{o-(input\ i, ICS\ k)^*}$ de tal variable no cambia. Más aún, debido al modo en el que se formula, tal valor óptimo siempre coincide con su cota inferior, y es:

$$X_{ik}^{o-(input\ i, ICS\ k)^*} = T_o J_{ik} \quad (25)$$

Definición 3 (Eficiencia ICS de un DMU_o dado en un input i para una sección ICS k considerada).

Dado un DMU_o, con $o = 1, \dots, n$, y un input i , $i = 1, \dots, m$; definamos para cada sección ICS k ($k = 1, \dots, K_i$) la *eficiencia ICS del DMU_o en tal sección considerada ICS k del consumo del input i* como:

$$\theta_{ik}^o = \frac{X_{ik}^{o-(input\ i, ICS\ k)^*}}{x_{ik}^o} = \frac{T_o J_{ik}}{x_{ik}^o} \quad (26)$$

Podemos denominarla la *eficiencia de la sección ICS k en el consumo del input i en el DMU_o*.

Este valor está acotado entre 0 y 1. Además, está clara e inequívocamente definido sin ambigüedad por la unicidad del valor óptimo de la función objetivo. Esta eficiencia no depende

3.4. Calculando ratios diferenciales para mejoras

Dado cierto DMU_o , Sea $\{X_{ik}^{o*}\}$ (con $i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, K_i$) una solución óptima del problema

(15) sujeto a (9) – (11). Podemos definir los ratios diferenciales ICS y los ratios diferenciales input como los ratios:

Ratio diferencial ICS para ICS k (k = 1, ..., K_i) del consumo del input i (i = 1, ..., m):

$$\Delta_{ik}^o = \frac{X_{ik}^{o*} - x_{ik}^o}{x_{ik}^o} \text{ para todos los inputs } i \text{ y secciones ICSs } k \quad (27)$$

Radio diferencial Input para el input i (i = 1, ..., m):

$$\Delta_i^o = \frac{X_i^{o*} - x_i^o}{x_i^o} = \frac{\sum_{k=1}^{K_i} X_{ik}^{o*} - \sum_{k=1}^{K_i} x_{ik}^o}{\sum_{k=1}^{K_i} x_{ik}^o} \text{ para todos los inputs } i \quad (28)$$

Estos radios representan la proporción de reducción o incremento sugerida para DMU_o para convertir sus actuales datos de input (sección ICS k, input i) x_{ik}^o a un valor óptimo X_{ik}^{o*} ; o para convertir sus actuales consumos del input i x_i^o a un valor óptimo X_i^{o*} .

4. Análisis de eficiencia del sector del aceite de oliva en Andalucía (Spain)

El análisis de eficiencia del sector del aceite de oliva en Andalucía (Spain) se ha llevado a cabo aplicando el modelo propuesto y se han obtenido los resultados que se comentan a continuación.

En el proceso de producción que se efectúa en la industria almazara se obtienen dos productos distintos a partir de la aceituna. Una gran parte de las aceitunas se moltura y exprime para producir el aceite de oliva. El resto de las aceitunas no se moltura y se le aplica un proceso de aderezo. Esta aceituna aderezada se vende para ser consumida como aceituna de mesa. Así, nosotros consideramos dos outputs en el análisis de eficiencia que denominamos del siguiente modo:

AC: Aceite de oliva

ACM: Aceituna de mesa.

Para la producción de estos outputs se consumen los siguientes cuatro inputs compartidos:

TNE: Trabajo no especializado: Esta variable recoge el trabajo no especializado. En esta industria hay que realizar muchas tareas que no requieren especialización. En la tarea de recepción y manejo de las aceitunas se necesita mucha mano de obra concentrada en poco tiempo, ya que todas las aceitunas se recogen en un periodo corto en los meses de diciembre y enero. Una vez que está la aceituna en la industria, se almacena por poco tiempo para que no se estropee. Así, se necesita en esta primera fase de la producción gran cantidad de mano de obra no especializada. Esta mano de obra en su mayor parte es de carácter eventual. No obstante, también es necesaria la mano de obra no especializada en otras tareas que se realizan a lo largo de todo el proceso, que son: la extracción del aceite, el cocido de la aceituna de mesa, el envasado, el almacenamiento, la venta y otros servicios de la empresa. Está claro que un obrero no especializado puede realizar cualquiera de las tareas enumeradas. Sin embargo para las tareas que se llevan a cabo durante los meses posteriores es mayor el porcentaje de mano de obra no especializada de carácter fijo.

En base a esto, los gerentes están muy interesados en asignar esta mano de obra de la forma más eficiente y repartirla entre distintas secciones de consumo a lo largo del proceso de producción. Así podemos establecer cuatro ICSs que son:

tne1.- Recepción, pesado, lavado y almacenamiento de aceituna

tne2.- Extracción de aceite de oliva y Cocido de la aceituna de mesa

tne3.- Almacenamiento, pesado, envasado y venta del aceite de oliva y la aceituna de mesa

tne4.- Otros servicios en la empresa

Estas cuatro secciones de consumo cumplen con las premisas enunciadas en el epígrafe 2.

El segundo input es TE: Mano de Obra especializada. Esta variable recoge las labores efectuadas por obreros que son especialistas en algún trabajo concreto como la molienda, el batido, etc, o la gestión y dirección. No se consideran secciones de consumo para este input.

El tercer input es CC: Capital Circulante. Esta variable recoge todo el capital circulante consumido. En él se incluye la compra de la aceituna y las demás materias primas, así como

todos los gastos de funcionamiento y mantenimiento. Una parte del dinero disponible para ser consumido por la empresa se emplea en el proceso de producción y otra parte se consume en la realización de otros procesos y servicios como la venta, el marketing, asesoramiento a socios, etc. En relación a este input, la gerencia considera más importante la sección del capital consumido en producción. Así, le interesa tener información sobre cual sería la mejor forma de repartir el consumo de capital circulante entre estas dos fines de la forma más eficiente. Se establecen en este input, por tanto dos ICSs que son:

cc1.- Capital circulante para la producción

cc2.- Capital circulante para otros servicios distintos de la producción.

Por último CF: Capital Fijo es el cuarto input. Esta variable recoge el capital fijo mediante el valor de las amortizaciones de las infraestructuras de la empresa. No se considera división en Secciones de Consumo.

La tabla nº 1 muestra los estadísticos descriptivos correspondientes a las variables del modelo para las 18 empresas que componen la muestra estudiada. Las medidas se presentan para los dos outputs, los cuatro inputs y también para las ICSs de los inputs TNE y CC., y se observa una gran variabilidad en la muestra en cuanto al volumen de producción de las empresas.

Tabla nº 1 Medidas Descriptivas de las variables del modelo

		<i>Media</i>	<i>S D</i>	<i>Minimo</i>	<i>Maximo</i>	
Outputs	AC (1)	2234,12	1762,66	186,02	5035,1	
	ACM (1)	3189,79	2839,65	226,85	7766,96	
Inputs	TNE	tne1	3043,39	2077,62	421,24	7517,15
		tne2	2070,94	1337,48	274,28	4163,76
		tne3	3216,97	2265,32	482,38	7457,06
		tne4	1835,36	1479,24	281,87	5402,48
	TNE (2)	10166,67	6699,43	1500	23250	
	TE (2)	4008,72	1992,49	1362	7579	
	CCI	cc1	3938,03	3100,55	243,52	9843,6
		cc2	1255,35	1000,29	43,88	2865,08
	CC (3)	5193,38	4060,12	287,39	12708,68	
	CF (3)	221,43	161,83	15,72	536,8	

Unidades: (1) ton, (2) horas, (3) 10³ €

Fuente: Elaboración Propia

La aplicación del modelo propuesto se ha llevado a cabo asignando a los parámetros τ , valores que son proporcionales a los precios de los dos outputs, con el fin de que el tamaño sea representativo del volumen de ventas de la empresa. Estos valores son 1 y 1,25 respectivamente.

Tabla nº 2.- Medidas descriptivas de las eficiencias

Eficiencias		Media	S D	Minim0	Máximo
Global θ^0		0,431	0,227	0,14	0,84
Inputs θ_i^0	tne	0,562	0,283	0,18	1
	te	0,237	0,261	0,02	1
	cc	0,566	0,245	0,19	1
	cf	0,543	0,232	0,14	1
TNE ICSs θ_{1k}^0	tne1	0,433	0,247	0,115	1
	tne2	0,445	0,245	0,106	1
	tne3	0,3	0,214	0,06	1
	tne4	0,317	0,248	0,06	1
CC ICSs θ_{3k}^0	cc1	0,511	0,236	0,184	1
	cc2	0,45	0,255	0,131	1

Fuente: Elaboración Propia

Aplicamos el enfoque de Función de Utilidad que consiste en resolver el modelo $UF-MLP_o$ (15) s.t.: (9) – (11). Los valores que se asignan a los parámetros W_{ik} representan las preferencias de la empresa y van a determinar la solución que hace óptima dicha función de utilidad. Cambiando los valores de W_{ik} cambiamos también la dirección hacia la frontera.

Hay que tener en cuenta que los conceptos de eficiencia que hemos definido en el epigrafe 3.3 de este trabajo son distintos del que se estima mediante DEA. En nuestro caso la eficiencia depende de la función de utilidad que se plantee cada empresario. Así la eficiencia global y la eficiencia de input dependen de la función de utilidad, es decir de los valores de W_{ik} . En este trabajo estimamos, en primer lugar, las eficiencias de las empresas almazaras de Andalucía sin establecer ninguna dirección preferente, es decir asignando valor unidad a todos los parámetros W_{ik} . Las medidas estadísticas descriptivas de estos valores se presentan en la Tabla nº 2.

Aplicamos la expresión (17) y obtenemos un valor medio para la eficiencia global θ^0 de 0.431. No obstante, hay una empresa con un valor para la eficiencia global igual a 0.14 y otra con el máximo de toda la muestra que es de 0.84. Esta empresa es la más eficiente globalmente. Es interesante el hecho de que no hay ninguna empresa eficiente en los cuatro input y por eso ninguna es eficiente globalmente.

Tras aplicar la expresión (22) obtenemos las eficiencias θ_i^0 para los cuatro inputs: TNE, TE, CC, y CF. Se observa que el input que tiene la eficiencia más baja es TNE con un valor medio de 0.237. Para los otros tres inputs, las eficiencias tienen valores medios entre 0.5 y 0.6. Hay que comentar también a la vista de los resultados que para los inputs TE y CF solo hay

una empresa eficiente y para TNE y CC, hay solo dos empresas eficientes. No hay ninguna empresa que sea eficiente para más de un input.

Para calcular las eficiencias θ^0_{ik} de cada ICS para los inputs TNE y CC se aplica la expresión (26) y se obtienen los valores cuyas medidas descriptivas también se muestran en la tabla nº 2. Se observan valores mínimos muy bajos para las eficiencias de las ICS del input TNE. Estos corresponden a una misma empresa que tiene el tamaño muy reducido en comparación con las demás. Así esta empresa, si quisiera ser eficiente en la ICS tne3, podría hacerlo reduciendo el consumo de este input en este ICS en un 94%. Los valores medios para las ICSs de este input son inferiores a las del input CF.

La tabla nº 3 muestra las medidas estadísticas descriptivas de los Ratios Diferenciales calculados aplicando la expresión (34) para los cuatro inputs. Las reducciones medias posibles toman valores alrededor del 43% para los inputs TNE, TE y CF. Sin embargo, el valor calculado para el input TE indica que el sector podría conseguir una reducción media del 73,5% en el consumo de este recurso, si se comportara de forma eficiente. Esto le llevaría a alcanzar la función de utilidad planteada en lo que respecta al consumo del Trabajo Especializado.

Tabla nº 3. Medidas Descriptivas de los Ratios Diferenciales para los inputs

Ratios Diferenciales		Media	S D	Minimo	Maximo
Inputs	dtne	-0,438	0,283	-0,82	0
	dte	-0,735	0,261	-0,96	0
	dcc	-0,434	0,245	-0,81	0
	dcf	-0,428	0,241	-0,86	0

Fuente: Elaboración Propia

La resolución del modelo $UF-MLP_o$ model (15) s.t.: (9) – (11), con valores de W_{ik} igual a la unidad, dan lugar a soluciones múltiples en lo que se refiere a los valores obtenidos en la solución para las X_{ik} . Sin embargo lo que realmente interesa a los gerentes es adoptar una dirección determinada hacia la frontera, y eso se consigue asignando a W_{ik} valores distintos entre si, de modo que tenga mas valor el que corresponde a la ICS en la que interesa que el consumo sea el mínimo posible. En este sector, hemos resuelto el modelo con el escenario que los expertos consideran de interés para los gerentes. Estos prefieren que el consumo de TNE en la ICS tne1 se ajuste al mínimo y luego le siguen en preferencia tne2, tne4 y tne3. En relación al input CC, también se introduce cambio en las preferencias. Hay que tener en cuenta que en relación a la solución que cumple la función de utilidad, cada input se

comporta de forma independiente con respecto a los demás. Los valores asignados a los W_{ik} de un input no le afectan a la solución de los demás inputs.

Tabla nº 4.- Valores asignados a w en el escenario

Inputs	tne				te	cc		cf
Pesos	wtne1	wtne2	wtne3	wtne4	wte	wcc1	wcc2	wcf
Escenario	4	3	1	2	1	1	2	1

Fuente: Elaboración Propia

La tabla nº 5 muestra los valores asignados a W_{ik} para las dos opciones A y B según las preferencias comentadas para cada una de ellas. Estos valores se le asignan a todas las DMU por motivos de simplicidad, pero cada DMU podría tener asignados sus propios valores según sus preferencias.

Resolvemos el modelo $UF-MLP_o$ (15) s.t.: (9) – (11), y observamos la solución obtenida que se presenta en las tablas nº 5, 6 y 7. Se muestran los valores de cada ICS consumidos en la práctica y también los valores que toma en la frontera. En adición, se calculan los ratios diferenciales de cada ICS.

Tabla nº 5.- Estudio de la Frontera para el input TNE y sus ICSs

DMUj	Input	tne1	tne2	tne3	tne4	tne
DMU1	Consumido	4750,8	1445,4	1184,5	1619,2	9000
	Frontera	1728,9	1226,8	4271,3	656,4	7883,5
	Diff	-0,64	-0,15	2,61	-0,59	-0,12

Fuente: Elaboración Propia

La tabla nº 5 muestra los valores consumidos correspondientes al input TNE y a sus cuatro ICSs, y también el consumo total de TNE en la frontera. Así, los valores de las W_{ik} afecta al reparto interno de las 7883,5 unidades que es el valor que hace óptima la función de utilidad para este input y esta DMU. Es muy interesante observar que en la frontera del escenario, la solución para tne1 es la mínima posible (1728,9). Estos valores se deben a las preferencias establecidas a través de los W_{ik} , que para esta ICS es 4 en el escenario y 1 en la solución de pesos unitarios. El mismo efecto ocurre para el ICS tne3, pero al contrario porque el valor del peso en el escenario es 1. Los Ratios diferenciales muestran que esta empresa podría disminuir su consumo total de TNE en un 12% y conseguir ser eficiente en este input, cumpliendo el objetivo marcado en su función de utilidad. En relación al reparto del consumo

entre las cuatro ICSs, este depende del escenario que se plantee. En el caso planteado, podría disminuir el consumo en un 64% en tne1, un 15% en tne2, y un 59% en tne4. A cambio tendría que aumentar el consumo en un 261% en ul3.

Tabla nº 6.- Estudio de la Frontera para el input CC y sus ICSs

DMUj	Input	cc1	cc2	cc
DMU1	Consumido	4720,22	1083,55	5803,77
	Frontera	3.225,90	570,2	3796,07
	Diff	-0,32	-0,47	-0,35

Fuente: Elaboración Propia

La tabla nº 6 muestra los resultados referentes al input FL. Podemos observar también el resultado de cambiar los valores de W_{ik} . Esta DMU podría disminuir el consumo total del input CC en un 35 %. Se observa igualmente que si el gerente prefiere la opción B tendría que trasladar consumo del input de la producción a otros servicios.

Por último la tabla nº 7 muestra los resultados relativos a los dos inputs que no se han dividido en ICSs. Por tanto solo se presentan datos de consumo total del input y los relativos a una única frontera. Se observa que la empresa podría disminuir el consumo el input TE en un 78%, y la del input CF en un 33%.

Tabla nº 7.- Estudio de la Frontera para los inputs TE y CF

DMUj	Input	te	cf
DMU1	Consumido	6048	219,54
	Frontera	1.319,80	146,3
	Diff	-0,78	-0,33

Fuente: Elaboración Propia

La eficiencia global θ^0 calculada para toda la muestra toma el valor medio de 0,43.

5. Conclusiones

El modelo propuesto se aplica al análisis de la eficiencia del sector del aceite de oliva en Andalucía (Spain) y se obtienen niveles de eficiencia global en torno al 40%. Esto indica que el sector podría mejorar mucho en la reducción del consumo de recursos hasta alcanzar la plena satisfacción de su función de utilidad. Hay que tener en cuenta que nuestro modelo es mucho más exigente en el cálculo de la eficiencia que los modelos DEA, y que el concepto de eficiencia es distinto a este último y no se debe comparar. De hecho, en la muestra estudiada, no se ha encontrado ninguna empresa que sea totalmente eficiente, y en DEA, por concepto, siempre hay empresas eficientes que definen la envolvente (frontera). Así los niveles de

eficiencia técnica que se habían encontrado en estudios previos del sector del aceite de oliva (Dios-Palomares and Martínez-Paz (2010 y 2011) y Dios-Palomares et al ,2013) estaban en torno al 80%.

Del presente trabajo se deduce que el sector del aceite de oliva gestiona mejor el consumo de trabajo no especializado que el de los demás inputs. Así, debe de hacer un gran esfuerzo por dimensionar y asignar bien el trabajo especializado. Igualmente tiene que mejorar en la gestión del consumo del capital. Las soluciones aportadas por el modelo para distintas direcciones hacia la frontera, establecidas como preferencias del gerente, permiten concluir que el modelo es idóneo para resolver el problema que se plantea la gerencia en relación a la asignación entre los distintos ICS de los inputs TNE y CC. Así, se han probado dos escenarios de preferencias distintas dando lugar a soluciones que cumplen con la función de utilidad planteada.

Por último, y en base a los resultados obtenidos, encontramos de gran interés realizar el análisis de eficiencia del sector del aceite de oliva desde este mismo enfoque y considerando división en ICSs, pero con la orientación al output. El aceite de oliva supone una aportación fundamental en el producto interior bruto de Andalucía. Por otro lado, la reciente creación de la Interprofesional, que aglutina la oferta, ha provocado un importante incremento de las exportaciones abriendo nuevos mercados en países como USA o Japón. Por este motivo, se plantea como objetivo general del sector aumentar la producción, manteniendo el consumo de recursos. Por otro lado, el sector esta muy micronizado y existe una gran variabilidad en el tamaño de las empresas como se ha visto en el análisis decriptivo de la muestra estudiada. Por tanto, es también muy interesante realizar el análisis de eficiencia aplicando un modelo que asuma también la existencia de retornos variables para que las empresas grandes no se vean favorecidas en la evaluación de la eficiencia.

Proponemos para terminar, como futura línea de investigación, el planteamiento de un nuevo modelo MLP con orientación al output y retornos variables a escala, con el fin de ampliar el ámbito de aplicación de esta metodología en el mundo real.

6 Referencias

- Athanassopoulos, A. D. (1995). Goal Programming & Data Envelopment Analysis (GoDEA) for Target-Based Multi-Level Planning: Allocation Central Grants to the Greek Local Authorities. *European Journal of Operational Research*, 87, 535-550.
- Barba-Romero, S., & Pomerol, J-Ch. (1997). *Multicriteria decisions. Theoretic fundamentals and practical use.*(In Spanish). Servicio de Publicaciones de la Universidad de Alcalá de Henares, Alcalá de Henares. Madrid. Spain.
- Charnes, A., & Cooper, W. W. (1961). *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming.* John Wiley & Sons. New York.
- Charnes, A., Cooper W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the Efficiency of Decision Makings Units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- Chinchuluum, A., & Pardalos, P. M. (2007). A Survey of Recent Developments in Multiobjective Optimization. *Annals of Operational Research*, 154, 29-50.
- Cooper, W. W, Seiford, L., & Tone, K. (2007). *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software.* (Second Edition). Springer. New York.
- Analysis.* International Series in Operations Research & Management Science, 164. Springer. New York, pp. 1-39.
- Dios-Palomares, R. & Martínez-Paz, J.M. (2010), Analisis de eficiencia de la industria oleícola desde un enfoque multioutput con distancias econométricas. *Revista de Estudios Empresariales*, No. 1, pp. 54-84.
- Dios-Palomares, R. & Martínez-Paz, J.M. (2011) Technical, quality and environmental efficiency of the olive oil industry. *Food Policy* 36 (4), 526–534.
- Dios-Palomares R., Martínez-Paz, J. M. & Prieto, A. (2013) Multi-output Technical Efficiency in the Olive Oil Industry and Its Relation to the Form of Business Organisation. Chapter 12. In *Efficiency Measures in the Agricultural Sector with applications.* Mendes, A.B., Soares da Silva, E.L.D.G., & Santos, J.M.A.. Springer.
- González-Martín, C. (1986). *Iterative methods in multiobjective programming.* Secretariado de Publicaciones, Universidad de La Laguna, San Cristóbal de La Laguna, Tenerife. Spain.

- Jahanshahloo, G.R., Zohrebandian, M., & Abbasian-Naghneh, S. (2011). Using Interactive Multiobjective Methods to Solve Multiple Attribute Decision Making Problems. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 5(9), 298-308.
- Joro, T., Korhonen, P., & Wallenius, J. (1998). Structural Comparison of Data Envelopment Analysis and Multiple Objective Linear Programming. *Management Science*, 44(7), 962-970.
- Koopmans, T.C. (1951). Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities. In T. C. Koopmans (Ed.), *Activity Analysis of Production and Allocation* (pp. 33-97). Cowles Commission for Research in Economics, Monograph, vol. 13, John Wiley and Sons. New York.
- Korhonen, P., Stenfors, S., & Syrjänen M. (2003). Multiple Objective Approach as an Alternative to Radial Projection in DEA. *Journal of Productivity Analysis*, 20, 305-321.
- Kumbhakar, S. C., & Knox Lovell C. A. (2000). *Stochastic Frontier Analysis*. Cambridge University Press. Cambridge, UK.
- Mili, S. (2009) Market dynamic and policy reforms in the olive oil sector: a European perspective. In: Noronha, M.T., Nijkamp, P., & Rastoin, J.L. (eds.) *Traditional food production facing sustainability: a European challenge*. Ashgate Publishing, Hampshire.
- Pastor, J. T., & Aparicio, J. (2010). The relevance of DEA benchmarking information and the least-distance measure: comment. *Mathematical and Computer Modelling*, 52, 397-399.
- Pastor, J. T., & Aparicio, J. (2011). A Well-Defined Measure for Working with Closest Targets in DEA. *5th Scientific Meeting in Efficiency and Productivity, EFIUCO 2011*. University of Cordoba, Córdoba. Spain, May 2011.
- Pastor, J. T., Ruiz, J. L., & Sirvent, I. (1999). An Enhanced DEA Russel Graph Efficiency Measure. *European Journal of Operational Research*, 115, 596-607.
- Rallo, L. (2010) El olivar en un tiempo de cambio. *Citoliva*, Sevilla
- Romero, C. (1983). Teoría de a decision Multicriterio: conceptos, técnicas y aplicaciones. Alianza Editorial. Madrid.
- Saho, L., & Ehrgott, M. (2008). Approximately Solving Multiobjective Linear Programmes in Objective Space and an Application in Radiotherapy Treatment Planning. *Mathematical Methods of Operations Research*, 68, 257-276.
- Sánchez, J., Gallego, V. & Araque, E. (2011) El olivar andaluz y sus transformaciones recientes. *Estudios Geográficos*, 270, 203–229

- Sarrico, C.S. & Dyson, R.G. (2004). Restricting virtual weights in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 159, 17-34.
- Steuer, R. E. (1986). *Multiple criteria optimization: theory, computation, and application*. Wiley Series. New York.
- Suzuki, S., Nijkamp, P., & Rietveld, P. (2011). Regional Efficiency Improvement by means of Data Envelopment Analysis through Euclidean Distance Minimization Including Fixed Input Factors: An Application to Tourist Regions in Italy. *Papers in Regional Science*, 90, 67-89.
- Wallenius, J., Dyer, J. S., Fishburn, P. C., Steuer, R. E., Zionts, S., & Deb, K. (2008). Multiple Criteria Decision Making, Multiattribute Utility Theory: Recent Accomplishments and What Lies Ahead. *Management Science*, 54, 1336-1349.
- Yu, P.-L. (1985). *Multicriteria decision making: concepts, techniques and extensions*. Plenum Press. New York.
- Zeleny, M. (1982). *Multiple criteria decision making*. McGraw Hill. New York.