

Raíces unitarias y cambio estructural.
Un nuevo procedimiento de contraste aplicado a la
convergencia en renta

Marzo 2007

Clasificación JEL: C12, C15, C22

María Isabel González Martínez
Universidad de Murcia
Departamento de Métodos Cuantitativos para la Economía
Facultad de Economía y Empresa
Campus de Espinardo, s/n, 30100, Espinardo, Murcia
Teléfono: 968363751, Fax: 968367905
E-mail: maribel@um.es

1. INTRODUCCIÓN

La mayor parte de los trabajos empíricos sobre convergencia con series temporales aplican contrastes de raíz unitaria cuya efectividad viene condicionada por el número de discontinuidades que presenta el proceso de convergencia. Como en la práctica no conocemos a priori si hay o no rupturas, es posible que se aplique un contraste que no considera el número correcto de rupturas, en cuyo caso podemos llegar a conclusiones erróneas sobre la existencia o no de convergencia. Para evitar este inconveniente, en muchas aplicaciones empíricas se ha optado por la aplicación de varios contrastes de raíz unitaria que consideran diferente número de rupturas, rechazando la hipótesis nula cuando al menos uno de ellos rechaza¹. Sin embargo, este modo de proceder tampoco resulta adecuado porque el tamaño del contraste resultante es superior al nivel deseado, y muestra mayor evidencia de convergencia que la que realmente hay.

En este trabajo proponemos un nuevo procedimiento que permite contrastar la hipótesis de raíz unitaria sin conocer a priori el número de rupturas del proceso (suponiendo dos rupturas como máximo). Consiste en la aplicación secuencial de hasta tres contrastes de raíz unitaria que consideran diferente número de rupturas (Dickey Fuller, 1979; Zivot y Andrews, 1992, y Lumsdaine y Papell, 1997). Para evitar la distorsión de tamaño que surge por la aplicación de más un contraste de raíz unitaria, calculamos, mediante simulaciones de Monte Carlo, valores críticos para los contrastes que componen el procedimiento secuencial, de modo que el tamaño nominal del mismo esté en el nivel deseado. En las simulaciones de Monte Carlo realizadas mostramos que el procedimiento secuencial tiene muy buenas propiedades en muestras finitas.

En la segunda parte de este trabajo realizamos una aplicación empírica con la metodología secuencial que proponemos. Contrastamos si existe convergencia en renta per cápita entre los países de la Unión Monetaria Europea (UME). En concreto, queremos determinar si hay convergencia en el sentido de *catching up*, si se ha alcanzado la convergencia de largo plazo, y si ésta es condicional o absoluta.

La estructura del trabajo es la que se expone a continuación. En el apartado siguiente presentamos el procedimiento secuencial, y calculamos valores críticos en muestras finitas para dicho contraste. En el apartado 3 realizamos un experimento de Monte Carlo para calcular la potencia del contraste secuencial, y compararla con la de los contrastes más estándar de raíz unitaria. En el apartado 4 presentamos los datos y los resultados de la aplicación empírica. Por último, el apartado 5 está dedicado a las conclusiones.

2. CONTRASTES SECUENCIALES

Uno de los principales inconvenientes de los contrastes de raíz unitaria utilizados normalmente en las aplicaciones empíricas², es que suponen implícitamente que la tendencia determinista del proceso está

¹ Véase, por ejemplo, Oxley y Greasley (1995), Greasley y Oxley (1997) y Li y Papell (1999).

² Los contrastes de raíz unitaria a los que nos referimos son el de Dickey y Fuller (1979), y los derivados de éste para tener en cuenta la existencia de una o dos rupturas en el proceso: Perron, (1989), Banerjee *et al.* (1992), Zivot y Andrews (1992), Perron y Vogelsang (1992), Perron (1997) y Lumsdaine y Papell (1997), entre otros.

correctamente especificada. Sin embargo, en la mayoría de las ocasiones el número de rupturas que afectan al proceso no es conocido a priori, por lo que la especificación del mismo puede ser errónea. Este es un inconveniente importante porque tales contrastes tienen problemas de potencia cuando el número de rupturas que consideran no es el correcto.

Ante la incertidumbre sobre la existencia de algún cambio en la serie, muchos trabajos empíricos suelen aplicar simultáneamente varios contrastes de raíz unitaria que consideran distinto número de rupturas, normalmente hasta un máximo de dos, concluyendo que la serie es $I(0)$ cuando al menos uno de los contrastes rechaza³. Sólo para aquellas series para las que ningún contraste rechaza la hipótesis nula se concluye que son $I(1)$ ⁴. Nosotros denominamos a este modo de contrastar la hipótesis de raíz unitaria, “contraste simultáneo”. El problema del “contraste simultáneo” es que, tal y como se aplica en los trabajos empíricos, presenta una distorsión de tamaño importante. Si el tamaño nominal de cada uno de los contrastes de raíz unitaria aplicados se mantiene en los niveles utilizados normalmente en la práctica, el tamaño global del “contraste simultáneo” es sensiblemente mayor⁵.

En este trabajo proponemos un nuevo procedimiento múltiple de contraste en el que los diferentes contrastes de raíz unitaria se aplican de un modo secuencial. A este modo de proceder lo denominamos “contraste secuencial”. En el “contraste secuencial” los contrastes de raíz unitaria se aplican en etapas diferentes, y sólo se pasa a la siguiente etapa cuando no se ha rechazado la hipótesis nula en la etapa anterior. En concreto, consideramos un “contraste secuencial” compuesto por tres contrastes de raíz unitaria: el de Dickey Fuller (1979), que no permite cambios en el proceso, el de Zivot y Andrews (1992), que permite una ruptura, y el de Lumsdaine y Papell (1997), que permite dos rupturas, a los que denominamos DF, ZA y LP respectivamente. En lo sucesivo denominamos a los contrastes de DF, ZA y LP, que componen el “contraste secuencial”, “contrastos individuales”, para distinguirlos del secuencial que es un contraste múltiple.

Según el orden de aplicación de los contrastes de raíz unitaria distinguimos dos procedimientos secuenciales diferentes. En el primer “contraste secuencial” los contrastes se ordenan de menor a mayor número de rupturas. Así, en la primera etapa se aplica el contraste de DF, si se rechaza la hipótesis nula se concluye que la serie es $I(0)$, pero si se acepta se argumenta que puede ser debido a que el número de rupturas está subespecificado y se pasa a la segunda etapa. En esta etapa se aplica el contraste de ZA. Si en este caso se rechaza la hipótesis nula, se concluye que la serie es $I(0)$, posiblemente con una ruptura. Si se acepta, se aplica el contraste de LP, que considera la posibilidad de dos rupturas. Esta sería la tercera y

³ Sobre la aplicación de este modo de proceder en la práctica, véase, por ejemplo, Oxley y Greasley (1995), Greasley y Oxley (1997), Li y Papell (1999), Ben-David y Papell (1995), y Ben-David *et al.* (2003).

⁴ El argumento de este procedimiento múltiple de contraste es que si el número de rupturas está mal especificado, los contrastes de raíz unitaria aceptan más de lo debido la hipótesis nula. Si un contraste acepta la hipótesis nula, y otro que considera un número diferente de rupturas rechaza, entonces se admite que hay razones para aceptar que la serie es $I(0)$ alrededor de una tendencia cuyo número de rupturas es el considerado por el contraste que rechaza.

⁵ Así, Nunes *et al.* (1997) muestran que utilizando valores críticos al 5% para los contrastes de raíz unitaria, el tamaño del “contraste simultáneo” que aplica contrastes de raíz unitaria sin cambio y con un cambio, es mayor del 8%. González (2007) extiende el análisis de Nunes *et al.* (1997) para tener en cuenta la posibilidad de hasta dos cambios en el proceso, y muestra que la distorsión de tamaño para un “contraste simultáneo” compuesto por tres contrastes de raíz unitaria (uno que supone que no existe ninguna ruptura en el proceso, otro que supone una ruptura, y otro que supone dos rupturas) puede ser hasta del 12%.

última etapa de este “contraste secuencial”. Si en esta etapa se rechaza la hipótesis nula, se concluye que la serie es I(0), posiblemente con dos rupturas. Si se acepta, la serie es I(1). Procediendo de este modo, una serie es I(0) si al menos uno de los contrastes de raíz unitaria rechaza la hipótesis nula, y sólo es I(1) aquella serie para la que ningún contraste rechaza.

También tiene sentido considerar un procedimiento secuencial en el que el orden de aplicación de los contrastes sea el inverso. En este caso, en la primera etapa se aplica el contraste de LP, si se rechaza la hipótesis nula concluimos que la serie es I(0), posiblemente con dos rupturas. Si no se rechaza, se considera que el número de rupturas puede estar sobreestimado, y se pasa a la siguiente etapa. En esta etapa se aplica el contraste de ZA. Si se rechaza, se concluye que la serie es I(0) posiblemente con una ruptura. Si no se rechaza, pasamos a la siguiente etapa, y aplicamos el contraste de raíz unitaria de DF. Si éste rechaza la hipótesis nula, la serie es I(0); si acepta, es I(1). Al igual que en el procedimiento anterior, concluimos que una serie es I(1) si ningún contraste rechaza la hipótesis nula; en caso contrario, es I(0). A este procedimiento de contraste lo denominamos “secuencial inverso”, para distinguirlo del otro procedimiento secuencial, al que denominamos “secuencial directo”.

Obsérvese que lo que realmente hace diferentes a los contrastes “simultáneo” “secuencial directo” y “secuencial inverso”, es que los valores críticos relevantes en cada caso no son los mismos. Dado que el modo de aplicar los contrastes de raíz unitaria en cada procedimiento es distinto, el modo de calcular los valores críticos también difiere. Los valores críticos de los contrastes de raíz unitaria aplicados en las etapas segunda y tercera del procedimiento secuencial deben ser calculados teniendo en cuenta que el contraste de raíz unitaria aplicado en la etapa anterior no rechazó la hipótesis nula. Así, considerando que el tamaño nominal de los “contrastos individuales” que se aplican en cada una de las etapas es el mismo e igual a α , los valores críticos de estos contrastes han de calcularse de modo que se verifiquen las siguientes igualdades:

$$\text{Etapa 1: } P\left(RH_0^{(1)} / H_0\right) = \alpha$$

$$\text{Etapa 2: } P\left(RH_0^{(2)} / \overline{RH_0}^{(1)}, H_0\right) = \alpha$$

$$\text{Etapa 3: } P\left(RH_0^{(3)} / \overline{RH_0}^{(1)}, \overline{RH_0}^{(2)}, H_0\right) = \alpha$$

donde el superíndice $i = 1, 2, 3$ hace referencia a cada uno de los “contrastos individuales” que componen el “contraste secuencial”. Los valores críticos calculados de este modo difieren de los utilizados normalmente para los “contrastos individuales”, que no tienen en cuenta la secuencia de contrastes. Por esta razón, hemos generado, mediante simulaciones de Monte Carlo, la distribución en muestras finitas de los estadísticos que componen cada uno de los “contrastes secuenciales”. Para el cálculo de los valores críticos consideramos un tamaño muestral de 180 observaciones, y suponemos bajo la hipótesis nula que el proceso generador de datos (en lo sucesivo PGD) corresponde a un paseo aleatorio sin deriva,

$x_t = x_{t-1} + \mathbf{x}_t$, donde $x_0 = 0$ y $\mathbf{x}_t \sim i.i.d.N(0, 1)$ ⁶. En todos los casos, el número de retardos incluidos en la ecuación se determinó según el procedimiento utilizado en Perron (1989)⁷. Por razones de cálculo, el retardo máximo se estableció igual a 5. Para calcular los estadísticos de ZA y LP utilizamos un *trimming* del 1%. Los resultados se obtuvieron realizando 5000 repeticiones del experimento. En los cuadros 1-4 presentamos, para un nivel de significación del 1%, 5% y 10%, los valores críticos de los “contrastes individuales” que tienen en cuenta la naturaleza secuencial de los contrastes. Los cuadros 1 y 2 se refieren al “contraste secuencial directo”, para el caso de modelos donde el cambio sólo afecta a la constante (modelo A), y donde el cambio afecta a la constante y a la tendencia (modelo C), respectivamente. En los cuadros 3 y 4 mostramos los valores críticos para el “contraste secuencial inverso” para los modelos A y C, respectivamente. t_t denota el estadístico de DF en ecuaciones con constante y con tendencia, $t_{ZA(1)}$ y $t_{ZA(2)}$ el estadístico de ZA en los modelos A y C, respectivamente, y $t_{LP(1)}$ y $t_{LP(2)}$ el estadístico de LP en los modelos A y C, respectivamente.

Cuadro 1: Valores críticos. “Contraste secuencial directo”. Modelo A, $T=180$				
		Nivel de significación de los “contrastes individuales”		
		10%	5%	1%
1ª etapa: DF	t_t	-3,244	-3,544	-4,061
2ª etapa: ZA	$t_{ZA(1)}$	-4,530	-4,797	-5,430
3ª etapa: LP	$t_{LP(1)}$	-5,438	-5,772	-6,356

Cuadro 2: Valores críticos. “Contraste secuencial directo”. Modelo C, $T=180$				
		Nivel de significación de los “contrastes individuales”		
		10%	5%	1%
1ª etapa: DF	t_t	-3,244	-3,544	-4,061
2ª etapa: ZA	$t_{ZA(2)}$	-4,885	-5,203	-5,784
3ª etapa: LP	$t_{LP(2)}$	-6,044	-6,388	-7,003

Cuadro 3: Valores críticos. “Contraste secuencial inverso”. Modelo A, $T=180$				
		Nivel de significación de los “contrastes individuales”		
		10%	5%	1%
1ª etapa: LP	$t_{LP(1)}$	-5,711	-5,977	-6,477
2ª etapa: ZA	$t_{ZA(1)}$	-4,493	-4,761	-5,399
3ª etapa: DF	t_t	-2,994	-3,381	-3,965

Cuadro 4: Valores críticos. “Contraste secuencial inverso”. Modelo C, $T=180$				
		Nivel de significación de los “contrastes individuales”		
		10%	5%	1%
1ª etapa: LP	$t_{LP(2)}$	-6,279	-6,547	-7,112
2ª etapa: ZA	$t_{ZA(2)}$	-4,835	-5,163	-5,740
3ª etapa: DF	t_t	-3,080	-3,442	-3,984

⁶ Podemos suponer que x_0 y la deriva son iguales a cero sin pérdida de generalidad (Vogelsang y Perron, 1998).

⁷ Comenzando con un retardo máximo escogemos el primer retardo para el que el estadístico t sea mayor que 1,6 en valor absoluto. Ng y Perron (1995) demuestran que este modo de seleccionar el número de retardos presenta ventajas importantes en términos de tamaño respecto a los procedimientos basados en criterios de información.

Los “contrastes secuenciales” propuestos presentan los mismos problemas de tamaño que el “contraste simultáneo” aplicado en la práctica. Si el tamaño de los contrastes de raíz unitaria individuales aplicados en cada etapa del “contraste secuencial” está en los niveles utilizados normalmente en la práctica, el tamaño global del procedimiento secuencial es considerablemente mayor. Dado que el tamaño de los contrastes secuenciales es $1 - (1 - \alpha)^3$ ⁸, si α es igual a 1%, 5% ó 10%, como suele ser lo habitual, el tamaño de los dos “contrastes secuenciales” es del 2,97%, 14,26% y 27,10%, respectivamente, siendo la distorsión de tamaño muy significativa.

Para corregir esta distorsión de tamaño, reducimos el tamaño nominal de los “contrastes individuales”, α , de modo que el tamaño nominal de los “contrastes secuenciales” quede fijado en los niveles usuales del 1%, 5% ó 10%. Para ello α ha de ser 0,334%, 1,695% ó 3,451%, respectivamente. Los valores críticos de los “contrastes individuales” ajustados a ese tamaño nominal los presentamos en los cuadros 5-8. Estos son los que se deben utilizar cuando aplicamos un procedimiento secuencial de contraste.

Cuadro 5: “Valores críticos ajustados”. “Contraste secuencial directo”. Modelo A, $T=180$				
Nivel de significación de los “contrastes individuales”		3,451%	1,695%	0,334%
Nivel de significación del contraste secuencial		10%	5%	1%
1ª etapa: DF	t_t	-3,669	-3,890	-4,354
2ª etapa: ZA	$t_{ZA(1)}$	-4,968	-5,251	-5,707
3ª etapa: LP	$t_{LP(1)}$	-5,922	-6,195	-6,687

Cuadro 6: “Valores críticos ajustados”. “Contraste secuencial directo”. Modelo C, $T=180$				
Nivel de significación de los “contrastes individuales”		3,451%	1,695%	0,334%
Nivel de significación del contraste secuencial		10%	5%	1%
1ª etapa: DF	t_t	-3,669	-3,890	-4,354
2ª etapa: ZA	$t_{ZA(2)}$	-5,363	-5,606	-6,056
3ª etapa: LP	$t_{LP(2)}$	-6,549	-6,820	-7,332

Cuadro 7: “Valores críticos ajustados”. “Contraste secuencial inverso”. Modelo A, $T=180$				
Nivel de significación de los “contrastes individuales”		3,451%	1,695%	0,334%
Nivel de significación del contraste secuencial		10%	5%	1%
1ª etapa: LP	$t_{LP(1)}$	-6,086	-6,318	-6,716
2ª etapa: ZA	$t_{ZA(1)}$	-4,930	-5,212	-5,685
3ª etapa: DF	t_t	-3,524	-3,831	-4,294

⁸ El tamaño de los contrastes secuenciales $P(RH_0^{SEC}/H_0)$ lo calculamos del siguiente modo:

$$\begin{aligned}
 P(RH_0^{SEC}/H_0) &= 1 - P(\overline{RH_0^{SEC}}/H_0) = 1 - P(\overline{RH_0^{(1)}} \cap \overline{RH_0^{(2)}} \cap \overline{RH_0^{(3)}}/H_0) = \\
 &= 1 - P(\overline{RH_0^{(1)}}/H_0) \cdot P(\overline{RH_0^{(2)}}/\overline{RH_0^{(1)}}, H_0) \cdot P(\overline{RH_0^{(3)}}/\overline{RH_0^{(2)}}, \overline{RH_0^{(3)}}, H_0) = 1 - (1 - \alpha)^3
 \end{aligned}$$

donde el superíndice $i=1,2,3$ hace referencia a cada uno de los contrastes individuales que componen el procedimiento secuencial.

Cuadro 8: “Valores críticos ajustados”. “Contraste secuencial inverso”. Modelo C, T=180				
Nivel de significación de los “contrastes individuales”		3,451%	1,695%	0,334%
Nivel de significación del “contraste secuencial”		10%	5%	1%
1ª etapa: LP	$t_{LP(2)}$	-6,676	-6,930	-7,451
2ª etapa: ZA	$t_{ZA(2)}$	-5,316	-5,534	-6,030
3ª etapa: DF	t_t	-3,605	-3,841	-4,322

3. POTENCIA EN MUESTRAS FINITAS

Los valores críticos de los cuadros 5-8 garantizan que el tamaño nominal de los procedimientos secuenciales de contraste no sea superior al deseado. Estos contrastes múltiples pueden ser buenos candidatos para contrastar la hipótesis nula de raíz unitaria si presentan buena potencia para procesos con distinto número de rupturas.

En este apartado calculamos, mediante simulaciones de Monte Carlo, la potencia de los “contrastes secuenciales” para procesos con distinto número de rupturas, y la comparamos con la del “contraste simultáneo” una vez corregida la distorsión de tamaño que presenta⁹, y con la de los “contrastes individuales”, utilizados normalmente en las aplicaciones empíricas. Nuestro interés se centra en comparar la potencia de cada contraste con la del “contraste individual” que especifica el número correcto de rupturas, que sería el que aplicaríamos si conociésemos a priori el componente determinista del modelo.

Con el fin de realizar correctamente las comparaciones de potencia, calculamos para todos los contrastes la potencia ajustada por el tamaño. Para ello, la potencia de los contrastes secuenciales se calcula utilizando los “valores críticos ajustados” (cuadros 5-8). Por su parte, para los “contrastes individuales” y el “simultáneo corregido” utilizamos los valores críticos calculados en González (2007)¹⁰. En todos los casos consideramos un nivel de significación del 5%.

Para las simulaciones de potencia las series de datos provienen de tres modelos distintos: I(0) sin ruptura, I(0) con una ruptura, e I(0) con dos rupturas. Consideramos que si hay cambio, éste afecta a la constante y a la pendiente (modelo C)¹¹.

$$\begin{aligned}
 PGD1 : x_t &= \mathbf{r}x_{t-1} + \mathbf{x}_t, & x_0 &= 0, & \mathbf{x}_t &\sim i.i.d.N(0,1) \\
 PGD2 : x_t &= \overline{\mathbf{q}}DU_t + \overline{\mathbf{g}}DT_t + \mathbf{r}x_{t-1} + \mathbf{x}_t, & x_0 &= 0, & \mathbf{x}_t &\sim i.i.d.N(0,1) \\
 PGD3 : x_t &= \overline{\mathbf{q}}_1DU_{1t} + \overline{\mathbf{q}}_2DU_{2t} + \overline{\mathbf{g}}_1DT_{1t} + \overline{\mathbf{g}}_2DT_{2t} + \mathbf{r}x_{t-1} + \mathbf{x}_t, & x_0 &= 0, & \mathbf{x}_t &\sim i.i.d.N(0,1)
 \end{aligned}$$

⁹ Al igual que para los contrastes secuenciales, se puede corregir la distorsión de tamaño del contraste simultáneo reduciendo el tamaño nominal de los contrastes individuales que lo componen (véase, González 2007).

¹⁰ Se considera un tamaño muestral de 180 observaciones, y se utilizan las mismas series de datos que las generadas para el cálculo de los valores críticos de los contrastes secuenciales. El número de retardos incluidos en la ecuación de contraste se determina utilizando el procedimiento de Perron (1989), estableciendo el retardo máximo igual a 5. En los contrastes de ZA y LP el *trimming* es del 1%. Se realizan 5000 repeticiones del experimento.

¹¹ Los resultados para el modelo A están disponibles a petición del lector.

donde $DU_t = 1$ si $t > tT$, y 0 si no es así; $DT_t = t - T_b$, si $t > tT$, y 0 si no es así; $DU1_t = 1$ si $t > t_1T$, y 0 si no es así; $DU2_t = 1$ si $t > t_2T$, y 0 si no es así; $DT1_t = t - T_{b1}$, si $t > t_1T$, y 0 si no es así; $DT2_t = t - T_{b2}$, si $t > t_2T$, y 0 si no es así. Consideramos cinco valores diferentes para la raíz autorregresiva $r = 0,5, 0,6, 0,7, 0,8$ y $0,9$. El PGD1 es un AR(1) sin ruptura. El PGD2 es un AR(1) con cambio en la constante y en la pendiente. Los parámetros \bar{q} y \bar{g} miden el impacto inmediato del cambio en el término constante y en la pendiente, respectivamente. El efecto de largo plazo de dichos cambios es q y g , respectivamente, y viene dado por las expresiones $q = (\bar{q} - gr)/(1 - r)$ y $g = \bar{g}/(1 - r)$. Para permitir una comparación directa de los resultados de los PGD2s con distinta raíz autorregresiva, escogemos los valores de \bar{q} y \bar{g} de modo que la tendencia de largo plazo sea la misma para todos los PGD2s. Para ello, fijamos las magnitudes de los efectos de largo plazo q y g , y calculamos para cada valor de r los valores de \bar{q} y \bar{g} correspondientes. Consideramos tres posibles pares de valores para el efecto a largo plazo de los cambios $(q, g) = (2,5, 0,5), (5, 1)$ y $(10, 2)$, y tres ubicaciones diferentes para la fecha de cambio $t = 0,25, 0,5$ y $0,75$.

El PGD3 es un AR(1) con dos cambios que afectan a tanto a la constante como a la pendiente. Los parámetros \bar{q}_1 y \bar{q}_2 miden el impacto instantáneo que dichos cambios tienen en el término constante; los parámetros \bar{g}_1 y \bar{g}_2 miden el impacto instantáneo de dichos cambios sobre la pendiente del modelo. El efecto de largo plazo de dichos cambios viene dado por las expresiones $q_i = (\bar{q}_i - g_i r)/(1 - r)$, $i = 1, 2$ y $g_i = \bar{g}_i/(1 - r)$, $i = 1, 2$. Para permitir una comparación directa de los resultados de los PGD3s con distinta raíz autorregresiva, escogemos los valores de cada \bar{q}_i y \bar{g}_i de modo que la tendencia de largo plazo sea la misma para todos los PGD3s. Para ello, fijamos la magnitud de los efectos de largo plazo q_i y g_i , y calculamos para cada r el valor de \bar{q}_i y \bar{g}_i . Consideramos tres posibles pares de valores para el efecto a largo plazo de los cambios $(q_i, g_i) = (2,5, 0,5), (5, 1)$ y $(10, 2)$, $i = 1, 2$, y tres posibles ubicaciones para las fechas de ruptura $(t_1, t_2) = (0,25, 0,5), (0,5, 0,75)$ y $(0,25, 0,75)$. En las simulaciones realizadas suponemos que los dos cambios son siempre de igual valor absoluto, pero que pueden ser de signos iguales o distintos, es decir $(q_1, g_1) = (q_2, g_2)$ ó $(q_1, g_1) = (-q_2, -g_2)$.

En todos los casos, realizamos 2000 repeticiones del experimento, y consideramos un tamaño muestral de 180 observaciones. Con el fin de reducir la variabilidad del experimento, se utilizaron las mismas series de perturbaciones, x_t , que las generadas para el cálculo de los valores críticos. El número de retardos incluidos en la ecuación de contraste se determina utilizando el procedimiento de Perron (1989), estableciendo el retardo máximo igual a cinco. En los contrastes de ZA y LP el *trimming* es del 1%.

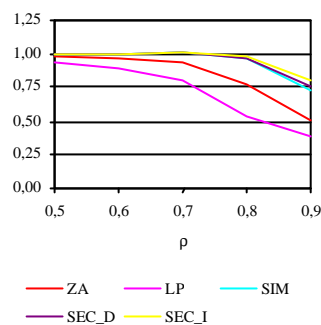
Para cada uno de los procesos considerados calculamos la potencia de los “contrastes individuales” y múltiples (p), junto con la potencia relativa de cada contraste respecto al “contraste individual” que especifica correctamente el número de rupturas del proceso (p/p_i), donde $i=DF, ZA$ y LP .

3.1. Procesos sin cambio

El cuadro 9 muestra los resultados para el PGD1. Para cada contraste mostramos la potencia en % (p), junto con la potencia relativa a la del contraste de DF (p/p_{DF}), que es el que especifica correctamente que no hay rupturas en el proceso. El gráfico 1 muestra la potencia relativa de los contrastes respecto a la del de DF¹².

	$r=0,5$		$r=0,6$		$r=0,7$		$r=0,8$		$r=0,9$	
	p	$\frac{p}{p_{DF}}$	p	$\frac{p}{p_{DF}}$	p	$\frac{p}{p_{DF}}$	p	$\frac{p}{p_{DF}}$	p	$\frac{p}{p_{DF}}$
DF	99,50	1,00	98,75	1,00	97,05	1,00	91,60	1,00	46,15	1,00
ZA	97,70	0,98	95,40	0,97	91,25	0,94	71,05	0,78	23,50	0,51
LP	92,45	0,93	88,10	0,89	77,15	0,79	48,50	0,53	17,45	0,38
SIM	99,70	1,00	99,20	1,00	98,05	1,01	88,75	0,97	33,90	0,73
SEC_D	99,70	1,00	99,25	1,01	98,10	1,01	89,10	0,97	34,95	0,76
SEC_I	99,75	1,00	99,35	1,01	98,30	1,01	90,40	0,99	37,35	0,81

Gráfico 1: Potencia relativa respecto al contraste de DF. Modelo C. PGD1



El contraste de DF es el de mayor potencia en todos los casos, y la potencia de los contrastes múltiples es muy similar a la de este contraste. Sólo para $r=0,9$ los contrastes múltiples presentan una pequeña pérdida de potencia respecto al contraste de DF. La pérdida de potencia es ligeramente menor para los “contrastes secuenciales”, sobre todo para el “secuencial inverso”.

Por su parte, los contrastes de ZA y LP, que sobreespecifican el número de rupturas del proceso, presentan pérdidas de potencia importantes para valores de $r \geq 0,8$, que son los que más interesan en la práctica. Los problemas de potencia más graves los presenta el contraste de LP. Estos resultados

¹² El eje de ordenadas representa la potencia relativa de cada contraste respecto a la del contraste de DF, y el eje de abscisas los distintos valores del parámetro r .

corroboran la hipótesis de que cuando el número de rupturas incluidas en el proceso está sobreestimado la potencia de los contrastes de raíz unitaria se reduce.

3.2. Procesos con un cambio

En los cuadros 10-12 presentamos los resultados de las simulaciones de potencia realizadas para el PGD2 con $t = 0,5$, $t = 0,25$ y $t = 0,75$, respectivamente. Para cada contraste mostramos la potencia en % (p), junto con la potencia relativa a la del contraste de ZA (p/p_{ZA}), que es el que considera correctamente una ruptura en el proceso. Con el fin de comparar más fácilmente la potencia de los distintos contrastes, en los gráficos 2-4 representamos la potencia relativa de cada contraste respecto al de ZA para distintos valores del parámetro r ¹³. El gráfico 2 muestra los resultados para $t = 0,25$, el gráfico 3 para $t = 0,5$, y el gráfico 4 para $t = 0,75$. En todos los casos, las numeraciones (a), (b) y (c) se refieren a procesos donde el efecto a largo plazo del cambio en la constante y la pendiente, (q, g) , es (2,5, 0,5), (5, 1) y (10, 2), respectivamente.

Cuadro 10: Potencia de los contrastes de raíz unitaria. Modelo C. PGD2, $T=180$, $t = 0,50$											
q/g	$r = 0,5$		$r = 0,6$		$r = 0,7$		$r = 0,8$		$r = 0,9$		
	p	$\frac{p}{p_{ZA}}$	p	$\frac{p}{p_{ZA}}$	p	$\frac{p}{p_{ZA}}$	p	$\frac{p}{p_{ZA}}$	p	$\frac{p}{p_{ZA}}$	
DF	2,5/0,5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	5/1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	10/2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ZA	2,5/0,5	97,35	1,00	94,65	1,00	88,60	1,00	59,00	1,00	17,70	1,00
	5/1	100,00	1,00	99,95	1,00	98,65	1,00	79,85	1,00	38,95	1,00
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	100,00	1,00	99,90	1,00	89,10	1,00
LP	2,5/0,5	91,95	0,94	87,30	0,92	74,40	0,84	41,30	0,70	13,00	0,73
	5/1	98,95	0,99	95,90	0,96	86,25	0,87	56,95	0,71	22,25	0,57
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	99,85	1,00	93,00	0,93	67,90	0,76
SIM	2,5/0,5	96,35	0,99	92,45	0,98	81,25	0,92	40,10	0,68	10,25	0,58
	5/1	99,95	1,00	99,10	0,99	92,75	0,94	61,05	0,76	21,70	0,56
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	100,00	1,00	97,40	0,97	73,85	0,83
SEC_D	2,5/0,5	96,75	0,99	93,25	0,99	84,50	0,95	45,90	0,78	11,95	0,68
	5/1	99,95	1,00	99,40	0,99	94,25	0,96	65,45	0,82	25,35	0,65
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	100,00	1,00	98,45	0,99	77,95	0,87
SEC_I	2,5/0,5	97,25	1,00	93,75	0,99	85,40	0,96	46,55	0,79	12,75	0,72
	5/1	100,00	1,00	99,70	1,00	95,00	0,96	67,50	0,85	27,15	0,70
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	100,00	1,00	98,95	0,99	80,00	0,90

Cuadro 11: Potencia de los contrastes de raíz unitaria. Modelo C. PGD2, $T=180$, $t = 0,25$											
q/g	$r = 0,5$		$r = 0,6$		$r = 0,7$		$r = 0,8$		$r = 0,9$		
	p	$\frac{p}{p_{ZA}}$	p	$\frac{p}{p_{ZA}}$	p	$\frac{p}{p_{ZA}}$	p	$\frac{p}{p_{ZA}}$	p	$\frac{p}{p_{ZA}}$	
DF	2,5/0,5	0,35	0,00	0,05	0,00	0,05	0,00	0,05	0,00	0,30	0,02
	5/1	3,35	0,03	2,20	0,02	1,25	0,01	1,05	0,01	1,20	0,03
	10/2	19,85	0,20	20,75	0,21	14,50	0,15	8,15	0,08	5,00	0,06

¹³ El eje de ordenadas representa la potencia relativa de cada contraste respecto a la del contraste de ZA. El eje de abscisas representa los distintos valores del parámetro r .

ZA	2,5/0,5	98,25	1,00	95,00	1,00	87,10	1,00	57,55	1,00	17,00	1,00
	5/1	100,00	1,00	100,00	1,00	98,80	1,00	83,30	1,00	40,25	1,00
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	100,00	1,00	99,75	1,00	88,10	1,00
LP	2,5/0,5	92,35	0,94	86,20	0,91	72,10	0,83	40,70	0,71	13,55	0,80
	5/1	99,10	0,99	96,25	0,96	85,85	0,87	55,85	0,67	22,70	0,56
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	99,40	0,99	93,35	0,94	73,15	0,83
SIM	2,5/0,5	97,20	0,99	92,85	0,98	79,70	0,92	41,95	0,73	9,10	0,54
	5/1	100,00	1,00	99,25	0,99	93,45	0,95	61,55	0,74	23,65	0,59
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	100,00	1,00	97,60	0,98	76,05	0,86
SEC_D	2,5/0,5	97,70	0,99	93,60	0,99	82,70	0,95	46,40	0,81	11,30	0,66
	5/1	100,00	1,00	99,55	1,00	95,00	0,96	66,60	0,80	26,95	0,67
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	100,00	1,00	98,45	0,99	80,15	0,91
SEC_I	2,5/0,5	97,75	0,99	94,75	1,00	83,95	0,96	48,15	0,84	11,35	0,67
	5/1	100,00	1,00	99,55	1,00	96,40	0,98	69,75	0,84	28,45	0,71
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	100,00	1,00	98,90	0,99	80,85	0,92

Cuadro 12: Potencia de los contrastes de raíz unitaria. Modelo C. PGD2, $T=180$, $t = 0,75$

	q/g	$r = 0,5$		$r = 0,6$		$r = 0,7$		$r = 0,8$		$r = 0,9$	
		p	$\frac{P}{P_{ZA}}$	p	$\frac{P}{P_{ZA}}$	p	$\frac{P}{P_{ZA}}$	p	$\frac{P}{P_{ZA}}$	p	$\frac{P}{P_{ZA}}$
		DF	2,5/0,5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	5/1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	10/2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ZA	2,5/0,5	97,60	1,00	94,60	1,00	87,30	1,00	57,60	1,00	16,40	1,00
	5/1	100,00	1,00	99,90	1,00	97,10	1,00	76,90	1,00	33,00	1,00
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	100,00	1,00	99,30	1,00	89,30	1,00
LP	2,5/0,5	92,35	0,95	86,55	0,91	71,65	0,82	41,00	0,71	13,05	0,80
	5/1	98,95	0,99	95,65	0,96	86,10	0,89	54,65	0,71	22,50	0,68
	10/2	100,00	1,00	99,95	1,00	99,50	1,00	92,45	0,93	67,30	0,75
SIM	2,5/0,5	96,25	0,99	92,30	0,98	79,75	0,91	39,85	0,69	9,15	0,56
	5/1	99,85	1,00	98,60	0,99	91,60	0,94	58,35	0,76	19,60	0,59
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	99,90	1,00	96,90	0,98	72,50	0,81
SEC_D	2,5/0,5	96,85	0,99	93,35	0,99	81,70	0,94	43,80	0,76	11,25	0,69
	5/1	99,85	1,00	99,05	0,99	93,20	0,96	62,15	0,81	22,25	0,67
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	99,95	1,00	97,55	0,98	76,85	0,86
SEC_I	2,5/0,5	97,45	1,00	94,00	0,99	83,15	0,95	45,95	0,80	11,45	0,70
	5/1	99,90	1,00	99,25	0,99	94,55	0,97	64,40	0,84	23,45	0,71
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	99,95	1,00	98,05	0,99	79,00	0,88

Gráfico 2: Potencia relativa respecto al contraste de ZA. Modelo C. PGD2, $t = 0,5$

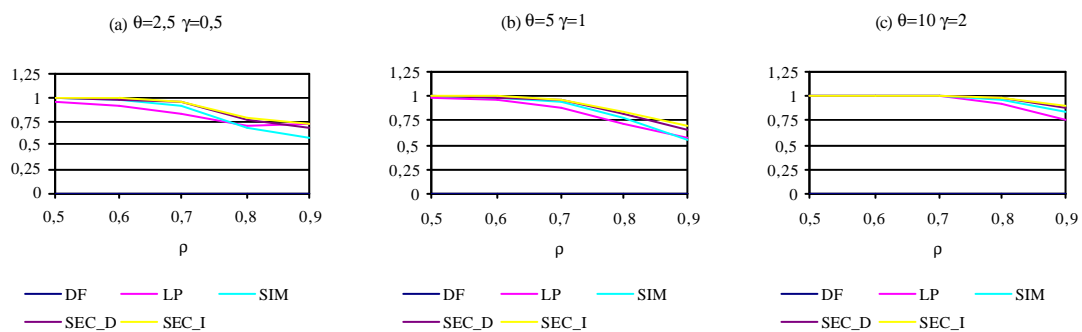


Gráfico 3: Potencia relativa respecto al contraste de ZA. Modelo C. PGD2, $t = 0,25$

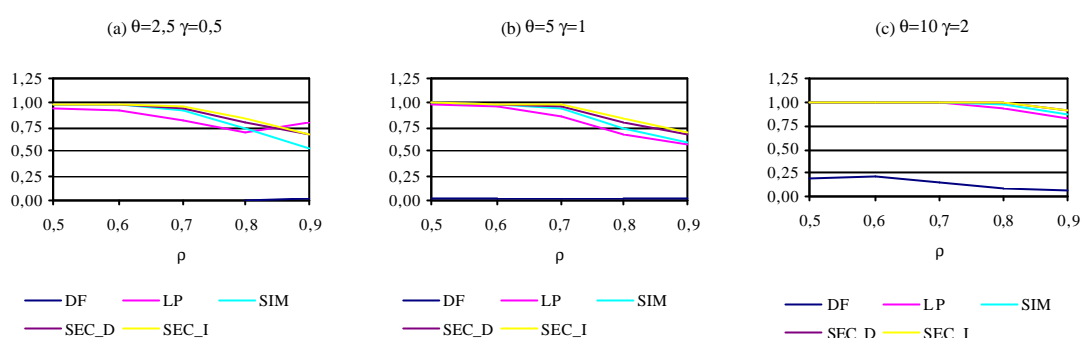
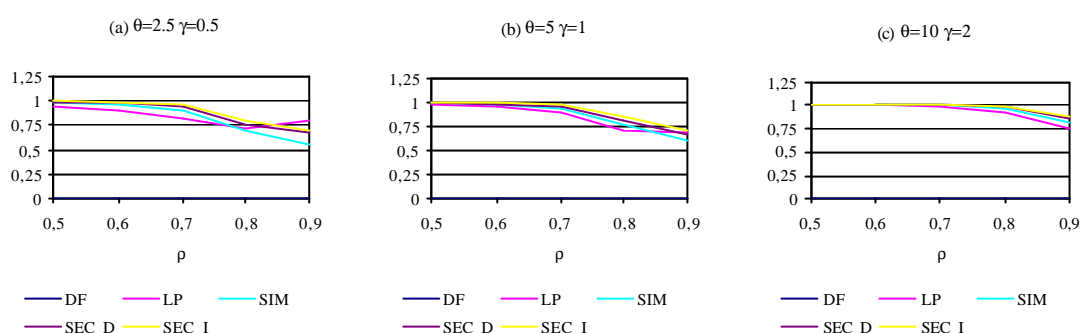


Gráfico 4: Potencia relativa respecto al contraste de ZA. Modelo C. PGD2, $t = 0,75$



Los resultados son muy similares para todas las fechas de cambio consideradas. En todos los casos el contraste de DF presenta graves problemas de potencia. Los resultados para el resto de contrastes son radicalmente distintos. Aunque la potencia de todos los contrastes es similar, los mejores resultados son los del contraste de ZA. El contraste de LP presenta pérdidas de potencia relevantes para valores de $r > 0,7$. Estas pérdidas de potencia son mayores cuando el tamaño del cambio es pequeño o moderado, en cuyo caso la pérdida puede ser hasta del 60% para $r = 0,9$. Cuando el cambio es grande los resultados son más similares a los del contraste de ZA, sólo para $r = 0,9$ presenta una pérdida de potencia del 20%.

Los contrastes múltiples presentan mejores resultados que el de LP. La potencia de todos ellos es muy similar a la del contraste de ZA para $r \leq 0,7$ sea cual sea la magnitud del cambio. Para valores mayores de r la potencia es más baja que la del contraste de ZA, sobre todo para cambios pequeños y moderados. Estas pérdidas de potencia aumentan con el valor de r , y son sensiblemente mayores en el “contraste simultáneo” que en los secuenciales. Así, mientras que éste llega a presentar pérdidas de potencia de casi el 50%, la pérdida de potencia de los “contrastos secuenciales” está en torno al 30% en los casos más graves. Aunque los dos “contrastos secuenciales” ofrecen resultados muy similares, los del “secuencial inverso” son ligeramente superiores.

3.3. Procesos con dos cambios

Los cuadros 13-15 presentan los resultados de las simulaciones de potencia realizadas para el PGD3, considerando que los dos cambios son de igual tamaño y del mismo signo, $q_1 = q_2$ y $g_1 = g_2$. El cuadro

25 muestra los resultados para procesos donde $t_1 = 0,25$ y $t_2 = 0,75$, el cuadro 26 se refiere a procesos donde $t_1 = 0,25$ y $t_2 = 0,50$, y el cuadro 27 se refiere a procesos donde $t_1 = 0,50$ y $t_2 = 0,75$. Para cada contraste mostramos la potencia en % (p), junto con la potencia relativa a la del contraste de LP (p/p_{LP}), que es el que considera correctamente dos rupturas en el proceso. Para de facilitar las comparaciones de potencia entre los distintos contrastes, en los gráficos 5-7 representamos la potencia relativa de cada contraste respecto al de LP para distintos valores del parámetro r ¹⁴. El gráfico 5 muestra los resultados para $t_1 = 0,25$ y $t_2 = 0,75$, el gráfico 6 para $t_1 = 0,25$ y $t_2 = 0,50$, y el gráfico 7 para $t_1 = 0,50$ y $t_2 = 0,75$. En todos los casos, las numeraciones (a), (b) y (c) se refieren a procesos donde el efecto a largo plazo de cada cambio es 2,5, 5 y 10 en el término constante, y 0,5, 1 y 2 en la pendiente, respectivamente.

Cuadro 13: Potencia de los contrastes de raíz unitaria. Modelo C. PGD3, $T=180$ $t_1 = 0,25, t_2 = 0,75$,

		$q_1 = q_2 = q, g_1 = g_2 = g$									
		$r = 0,5$		$r = 0,6$		$r = 0,7$		$r = 0,8$		$r = 0,9$	
	q/g	p	$\frac{p}{p_{LP}}$	p	$\frac{p}{p_{LP}}$	p	$\frac{p}{p_{LP}}$	p	$\frac{p}{p_{LP}}$	p	$\frac{p}{p_{LP}}$
DF	2,5/0,5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	5/1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	10/2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ZA	2,5/0,5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	5/1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	10/2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
LP	2,5/0,5	90,95	1,00	82,25	1,00	59,85	1,00	29,85	1,00	9,20	1,00
	5/1	99,40	1,00	96,80	1,00	84,00	1,00	53,15	1,00	26,45	1,00
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	99,90	1,00	95,70	1,00	79,30	1,00
SIM	2,5/0,5	80,70	0,89	67,55	0,82	38,55	0,64	14,20	0,48	3,25	0,35
	5/1	95,60	0,96	87,00	0,90	60,75	0,72	30,85	0,58	11,20	0,42
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	98,75	0,99	82,80	0,87	57,75	0,73
SEC_D	2,5/0,5	84,20	0,93	72,55	0,88	44,95	0,75	18,10	0,61	4,40	0,48
	5/1	97,70	0,98	91,20	0,94	69,35	0,83	36,85	0,69	16,00	0,60
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	99,40	0,99	87,60	0,92	64,95	0,82
SEC_I	2,5/0,5	81,30	0,89	68,05	0,83	39,15	0,65	15,00	0,50	3,50	0,38
	5/1	95,75	0,96	87,40	0,90	61,45	0,73	31,50	0,59	11,80	0,45
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	98,75	0,99	83,45	0,87	58,90	0,74

Cuadro 14: Potencia de los contrastes de raíz unitaria. Modelo C. PGD3, $T=180$ $t_1 = 0,25, t_2 = 0,5$,

		$q_1 = q_2 = q, g_1 = g_2 = g$									
		$r = 0,5$		$r = 0,6$		$r = 0,7$		$r = 0,8$		$r = 0,9$	
	q/g	p	$\frac{p}{p_{LP}}$	p	$\frac{p}{p_{LP}}$	p	$\frac{p}{p_{LP}}$	p	$\frac{p}{p_{LP}}$	p	$\frac{p}{p_{LP}}$
DF	2,5/0,5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,00	0,05	0,00	0,05	0,01
	5/1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,01
	10/2	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ZA	2,5/0,5	7,95	0,09	5,55	0,07	4,20	0,07	4,75	0,20	6,85	0,93
	5/1	53,55	0,54	43,90	0,45	38,25	0,47	41,65	0,92	47,45	2,98
	10/2	85,10	0,85	80,05	0,80	73,35	0,73	66,30	0,70	64,30	1,06

¹⁴ El eje de ordenadas representa la potencia relativa de cada contraste respecto a la del contraste de LP. El eje de abscisas representa los distintos valores del parámetro r .

LP	2,5/0,5	88,70	1,00	80,75	1,00	58,00	1,00	23,75	1,00	7,40	1,00
	5/1	99,50	1,00	96,75	1,00	80,80	1,00	45,25	1,00	15,90	1,00
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	99,95	1,00	94,55	1,00	60,65	1,00
SIM	2,5/0,5	80,40	0,91	67,95	0,84	37,75	0,65	11,85	0,50	4,50	0,61
	5/1	97,10	0,98	89,25	0,92	64,00	0,79	33,50	0,74	29,35	1,85
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	99,45	0,99	90,00	0,95	64,90	1,07
SEC_D	2,5/0,5	83,40	0,94	72,70	0,90	43,45	0,75	15,55	0,65	5,35	0,72
	5/1	98,50	0,99	92,90	0,96	71,30	0,88	41,15	0,91	32,05	2,02
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	99,85	1,00	93,50	0,99	68,80	1,13
SEC_I	2,5/0,5	80,80	0,91	69,10	0,86	38,50	0,66	12,85	0,54	5,65	0,76
	5/1	97,60	0,98	90,65	0,94	66,55	0,82	39,10	0,86	35,50	2,23
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	99,50	1,00	91,30	0,97	67,70	1,12

Cuadro 15: Potencia de los contrastes de raíz unitaria. Modelo C. PGD3, $T=180$ $t_1 = 0,50, t_2 = 0,75$,

$$q_1 = q_2 = q, g_1 = g_2 = g$$

	q/g	$r = 0,5$		$r = 0,6$		$r = 0,7$		$r = 0,8$		$r = 0,9$	
		p	$\frac{P}{P_{LP}}$	p	$\frac{P}{P_{LP}}$	p	$\frac{P}{P_{LP}}$	p	$\frac{P}{P_{LP}}$	p	$\frac{P}{P_{LP}}$
		DF	2,5/0,5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	5/1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	10/2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ZA	2,5/0,5	0,35	0,00	0,55	0,01	0,95	0,02	1,75	0,07	3,30	0,44
	5/1	2,20	0,02	2,20	0,02	2,15	0,03	3,95	0,08	9,15	0,63
	10/2	30,85	0,31	44,90	0,45	39,90	0,40	32,90	0,35	40,30	0,61
LP	2,5/0,5	89,15	1,00	81,90	1,00	59,45	1,00	24,50	1,00	7,50	1,00
	5/1	99,50	1,00	95,95	1,00	82,60	1,00	46,95	1,00	14,55	1,00
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	99,85	1,00	95,10	1,00	66,35	1,00
SIM	2,5/0,5	79,75	0,89	68,65	0,84	37,15	0,62	12,00	0,49	2,70	0,36
	5/1	95,45	0,96	86,65	0,90	60,65	0,73	27,20	0,58	9,50	0,65
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	99,20	0,99	87,45	0,92	58,10	0,88
SEC_D	2,5/0,5	82,35	0,92	73,00	0,89	43,85	0,74	15,50	0,63	4,00	0,53
	5/1	97,30	0,98	90,25	0,94	68,05	0,82	32,65	0,70	11,50	0,79
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	99,70	1,00	91,25	0,96	64,25	0,97
SEC_I	2,5/0,5	79,90	0,90	69,00	0,84	37,90	0,64	12,45	0,51	3,40	0,45
	5/1	95,65	0,96	87,35	0,91	61,45	0,74	28,00	0,60	10,50	0,72
	10/2	100,00	1,00	100,00	1,00	99,35	0,99	88,50	0,93	60,70	0,91

Gráfico 5: Potencia relativa respecto al contraste de LP. Modelo C. PGD3, $t_1 = 0,25, t_2 = 0,75$

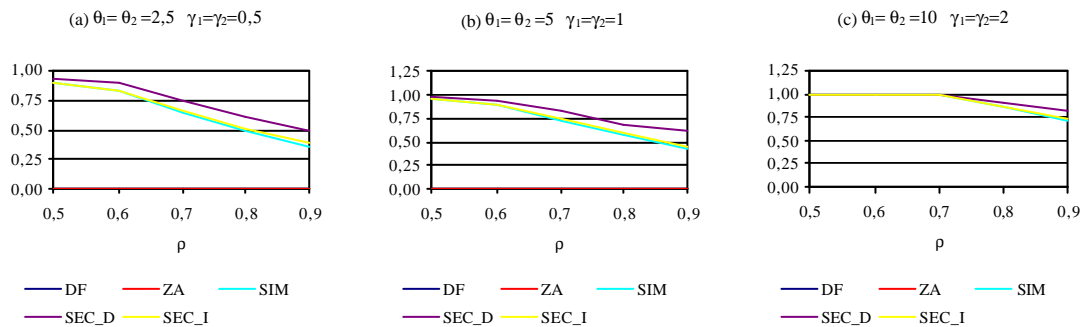


Gráfico 6: Potencia relativa respecto al contraste de LP. Modelo C. PGD3, $t_1 = 0,25, t_2 = 0,50$

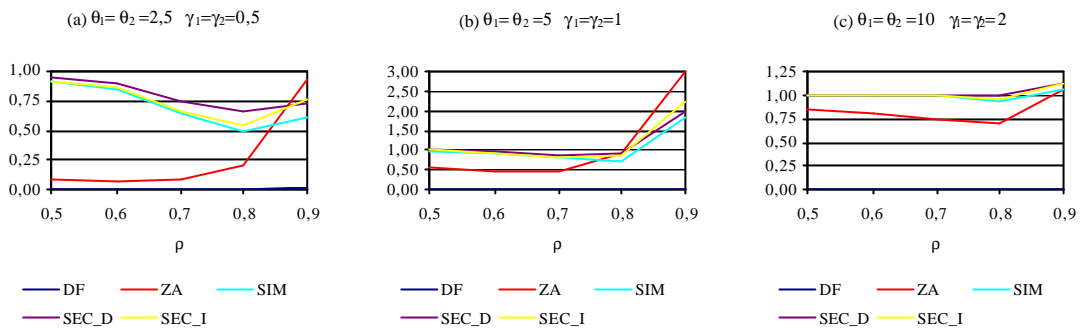
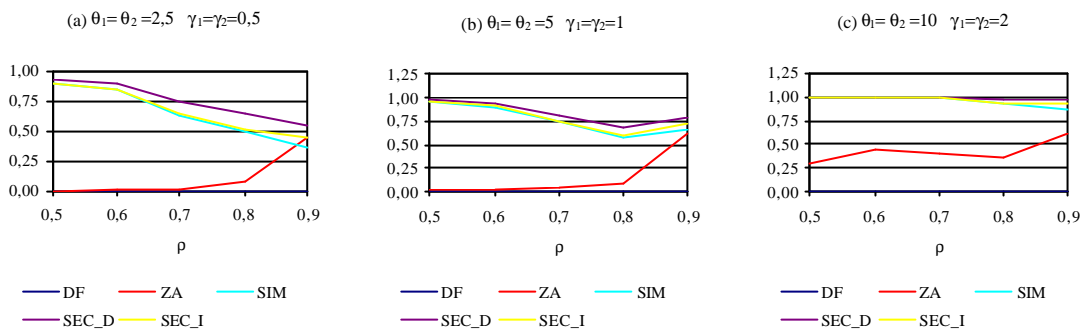


Gráfico 7: Potencia relativa respecto al contraste de LP. Modelo C. PGD3, $t_1 = 0,50, t_2 = 0,75$



Los gráficos muestran que, al igual que ocurre en procesos con un solo cambio, la potencia del contraste de DF es cero para todas las fechas de cambio consideradas. La diferente ubicación de los puntos de ruptura afecta fundamentalmente al contraste de ZA. Cuando los dos cambios están en los extremos su potencia es siempre cero. Sin embargo, cuando los dos cambios están más próximos entre sí su potencia no es siempre cero, depende del tamaño de las rupturas y de la ubicación de los cambios. Los mejores resultados se obtienen cuando ambas rupturas están en la primera mitad de la muestra. En este caso el contraste de ZA presenta una potencia muy aceptable, y similar a la del contraste de LP para $(q_i, g_i) = (10, 2)$. A medida que la magnitud del cambio se reduce la potencia del contraste de ZA también disminuye, presentando pérdidas de potencia considerables para valores de $r \leq 0,8$. En cambio, para $r = 0,9$ tiene una potencia tres veces mayor que la del contraste de LP. Cuando los dos cambios están en la última mitad de la muestra la potencia del contraste de ZA se reduce fuertemente haciéndose casi cero para cambios pequeños y moderados, por lo que presenta importantes pérdidas de potencia respecto al contraste de LP.

El contraste de LP y los contrastes múltiples no tienen los problemas de potencia de los contrastes de DF y ZA. Al igual que ocurre en procesos con un solo cambio, su potencia aumenta con el tamaño de los cambios y disminuye con el valor del parámetro autorregresivo r , pero alcanza valores muy aceptables en la mayoría de los escenarios considerados. El contraste de LP es el de mayor potencia, excepto cuando los dos cambios se sitúan en la primera mitad de la muestra. En este caso el contraste de ZA y los múltiples presentan una potencia más elevada que el de LP para procesos con $r = 0,9$ y cambios de tamaño moderado y elevado. Cuando los dos cambios están en los extremos $t_1 = 0,25, t_2 = 0,75$, o en la

segunda mitad de la muestra $t_1 = 0,50, t_2 = 0,75$, los contrastes múltiples tienen mayores pérdidas de potencia respecto al de LP. Éstas se reducen a medida que aumenta el tamaño de las rupturas. De hecho, para cambios de magnitud elevada $(\mathbf{q}_i, \mathbf{g}_i) = (10, 2)$ la potencia de los contrastes múltiples es muy similar a la del contraste de LP. De los tres contrastes múltiples es el “contraste secuencial directo” el de mayor potencia en todos los casos, y el simultáneo el que proporciona los peores resultados.

3.4. Conclusiones

De los resultados de nuestros ejercicios de simulación podemos extraer dos conclusiones importantes. Primera, en todos los casos estudiados hay pérdidas de potencia cuando aplicamos “contrastos individuales” que subestiman o sobreestiman el número de rupturas. Al igual que la potencia del contraste de DF es baja cuando hay alguna ruptura en el proceso, tal y como fue argumentado en Perron (1989), la potencia de los contrastes de raíz unitaria que permiten algún cambio en el proceso decae cuando incluyen rupturas innecesarias. Sin embargo, es más grave subespecificar el número de rupturas que contiene el proceso que sobreespecificarlo. Los problemas de potencia que presentan los contrastes que sobreespecifican el número de cambios (ZA y LP en el PGD1, y LP en el PGD2), son mucho menores que los de los contrastes que subespecifican el número de rupturas (DF en el PGD2, y DF y ZA en el PGD3).

Segunda, los contrastes múltiples constituyen una buena opción para contrastar la hipótesis nula de raíz unitaria en los tres tipos de procesos estudiados: sin cambio, con un cambio, y con dos cambios, independientemente de que los cambios afecten sólo a la constante, o a la constante y a la pendiente. Mientras que la potencia de los “contrastos individuales” se reduce cuando el número de rupturas no está correctamente modelizado, la potencia de los contrastes múltiples se mantiene en niveles muy similares a la del “contraste individual” que considera el número correcto de rupturas. En cuanto a la elección entre “contraste simultáneo” y “contrastos secuenciales”, es más recomendable tener en cuenta la secuencia o el orden de aplicación de los contrastes y aplicar “contrastos secuenciales”. Estos contrastes superan en términos de potencia al “contraste simultáneo”. Sin embargo, no hay acuerdo sobre el orden de aplicación de los contrastes. Cuando el número de rupturas es menor que dos, presenta una ligera ventaja en términos de potencia el procedimiento “secuencial inverso”, mientras que si existen dos rupturas, es el “contraste secuencial directo” el que proporciona los mejores resultados.

4. APLICACIÓN EMPÍRICA: CONVERGENCIA EN RENTA PER CÁPITA ENTRE LOS PAÍSES DE LA UME

Nuestra aplicación empírica se centra en el análisis de la convergencia entre los países de la UME. Dado que todos estos países están integrados en un área común, donde las diferencias de las tasas de ahorro y de crecimiento de la población son muy reducidas, es lógico pensar que su renta de equilibrio sea muy similar. El objetivo de nuestra aplicación es averiguar si realmente hay convergencia en renta per cápita entre los países de la UME, y si debemos hablar de convergencia de largo plazo o, más bien, de *catching*

up. Escogemos a Alemania como economía de referencia y aplicamos contrastes de raíz unitaria individuales y múltiples¹⁵.

4.1. Datos

Disponemos de series trimestrales de PIB per cápita en paridad de poder de compra¹⁶ para todos los países de la UME, excepto Luxemburgo¹⁷, durante el período 1970-2003¹⁸. El gráfico 26 muestra estas series en logaritmos, y el gráfico 27, la evolución de los diferenciales de renta per cápita (en logaritmos) entre Alemania y cada país. Hay cuatro países, España, Grecia, Irlanda y Portugal, que parten con niveles de renta iniciales notablemente inferiores al resto. Sin embargo, mientras que España, Grecia y Portugal continúan siendo los países más pobres de la UME, Irlanda abandona este grupo de países pobres tras el espectacular aumento que experimenta su renta per cápita en los noventa.

En cuanto al resto de países, todos ellos presentan niveles de renta per cápita mucho más similares para todo el período analizado. Alemania es el de mayor renta per cápita hasta la reunificación en 1991. En esa fecha la renta per cápita de Alemania se redujo hasta alcanzar uno de los niveles más bajos dentro de este grupo privilegiado de países. Desde entonces, el crecimiento alemán se ha ralentizado. Las causas de esta evolución desfavorable de la renta per cápita alemana han sido ciertas perturbaciones externas que han afectado simultáneamente a la economía de este país durante los últimos quince años. Dentro de estas perturbaciones negativas, podemos destacar, en primer lugar, las repercusiones que la reunificación alemana ha tenido, ya que la parte oriental sigue sin despegar y su comportamiento contribuye a disminuir el crecimiento medio del país¹⁹. Además, la demanda de fondos públicos de la parte oriental ha aumentado considerablemente la deuda pública, lo que ha hecho disminuir la confianza de los inversores, con las consecuencias negativas que este hecho genera para el crecimiento económico. En segundo lugar, debemos destacar también que el motor de crecimiento de la economía alemana ha sido tradicionalmente su sector exterior. Sin embargo, los recientes procesos de globalización e integración en la Unión Europea de nuevos países con menores costes laborales²⁰, han supuesto un gran deterioro de las exportaciones netas del país. Por último, la introducción del euro produjo una convergencia de tipos de interés entre los países de la UME. Una vez desaparecido el riesgo de tipo de cambio, los inversores internacionales no

¹⁵ Escogemos a Alemania como economía de referencia porque tradicionalmente ha sido considerada la “locomotora” de Europa debido a la importancia de su PIB sobre el total europeo.

¹⁶ Utilizamos datos trimestrales en lugar de anuales, como suele ser habitual en este tipo de estudios, porque cuando se trata de una variable flujo como es la renta, la potencia de los contrastes de raíz unitaria para una misma longitud del período muestral se incrementa con la frecuencia de los datos (Ng, 1995).

¹⁷ Los datos sobre Luxemburgo no están disponibles.

¹⁸ Estas series se han calculado a partir de las series trimestrales del PIB real en paridad de poder de compra a precios de 2000, y de las series de la población obtenidas de la base de datos de la OCDE (*OCDE Economic Outlook*). Los datos de población están disponibles con frecuencia anual, por lo que realizamos una interpolación lineal para obtener las series trimestrales, y poder calcular la renta per cápita con esta mayor frecuencia. Los datos para Alemania se refieren a Alemania Occidental hasta 1991. A partir de dicha fecha solamente están disponibles las series para Alemania reunificada.

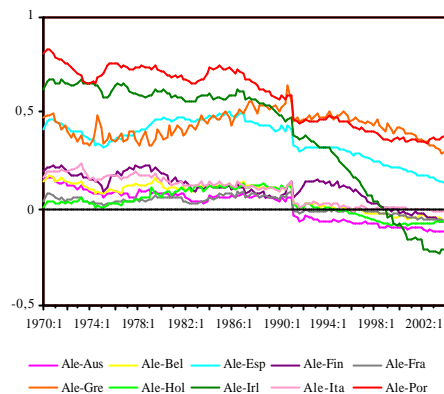
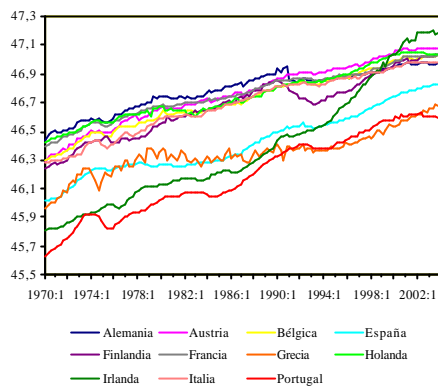
¹⁹ En 1996 la renta per cápita de Alemania del Este era el 61% de la de Alemania Occidental, pero actualmente es solamente el 59%.

²⁰ Por ejemplo, en media, los costes salariales de los diez países que se unieron a la Unión Europea en 2004 son solamente el 14% de los niveles de Alemania.

exigieron una prima de riesgo para el resto de países, y el ahorro exterior se ha dirigido a estos países en las mismas condiciones favorables que previamente habían reservado para Alemania.

Gráfico 8: Renta per cápita

Gráfico 9: Diferenciales de renta per cápita



4.2. Contrastes de raíz unitaria

Para tener en cuenta la posibilidad de algún cambio estructural en el proceso de convergencia, modelizamos la evolución de la renta per cápita relativa mediante una tendencia lineal con rupturas. Consideraremos un máximo de dos rupturas²¹, y suponemos que éstas pueden afectar tanto a la constante como a la pendiente (modelo C). En este contexto, el análisis de convergencia consiste en contrastar el carácter estocástico de la renta per cápita relativa teniendo en cuenta la posible presencia de hasta dos rupturas en el proceso.

Dado que no conocemos el número de rupturas que afectan al proceso²², contrastamos el carácter estocástico de los diferenciales de renta aplicando los contrastes de raíz unitaria de un modo secuencial. Consideramos los dos procedimientos secuenciales descritos en el apartado 2: el “contraste secuencial directo” y el “contraste secuencial inverso”.

En el cuadro 16 presentamos los resultados de los contrastes de DF, ZA y LP aplicados a cada una de las series de renta consideradas. La tercera columna presenta el valor del estadístico de contraste, junto con el nivel de significación (1%, 5% o 10%) al que rechaza la hipótesis nula cada “contraste individual” (en caso de que sea rechazada)²³. En la quinta columna mostramos las fechas de rupturas estimadas en los contrastes de ZA y LP. En las columnas sexta y séptima presentamos el resultado de aplicar los contrastes de un modo secuencial. La columna 6 se refiere al “contraste secuencial directo” y la 7 al “secuencial

²¹ Permitiendo dos rupturas obtenemos un modelo que es capaz de tener en cuenta además del cambio asociado con la reunificación alemana, algún otro cambio importante que pudiera afectar a otros países.

²² Por lo menos existe un cambio fechado en la reunificación alemana, pero no sabemos si hay alguno más.

²³ Los valores críticos considerados para estos “contrastos individuales” son los tabulados en González (2007).

inverso”. Para cada uno de estos contrastes se indica el nivel de significación al que se rechaza la hipótesis nula (1%, 5% o 10%) y la etapa en la que se rechaza²⁴.

Como podemos observar en las columnas 6 y 7 del cuadro 16, los dos procedimientos secuenciales proporcionan el mismo resultado. Rechazan la hipótesis nula de raíz unitaria para cinco países: Austria, Bélgica, Francia, Holanda e Italia, mostrando evidencia de convergencia estocástica entre estos países y Alemania.

Cuadro 16: Contrastes de raíz unitaria con cambio estructural. Procedimientos secuenciales de contraste								
			p	Fechas de ruptura estimadas	SEC_D		SEC_I	
					etapas	RH_0	etapas	RH_0
$y_{AUSTRIA}^A$	t_t	-2,214	$p=9$		1 ^a		3 ^a	
	$t_{ZA(2)}$	-8,788***	$p=15$	$T_b = 90.4$	2 ^a	***	2 ^a	
	$t_{LP(2)}$	-10,844***	$p=15$	$T_{b1} = 81.4, T_{b2} = 90.4$	3 ^a		1 ^a	***
$y_{BELGICA}^A$	t_t	-1,843	$p=9$		1 ^a		3 ^a	
	$t_{ZA(2)}$	-8,367***	$p=11$	$T_b = 90.4$	2 ^a	***	2 ^a	
	$t_{LP(2)}$	-8,604***	$p=9$	$T_{b1} = 76.3, T_{b2} = 90.4$	3 ^a		1 ^a	***
$y_{ESPAÑA}^A$	t_t	-1,240	$p=12$		1 ^a		3 ^a	
	$t_{ZA(2)}$	-4,767	$p=10$	$T_b = 83.4$	2 ^a		2 ^a	
	$t_{LP(2)}$	-6,123	$p=11$	$T_{b1} = 83.4, T_{b2} = 90.3$	3 ^a		1 ^a	
$y_{FINLANDIA}^A$	t_t	-2,911	$p=9$		1 ^a		3 ^a	
	$t_{ZA(2)}$	-4,838	$p=9$	$T_b = 91.3$	2 ^a		2 ^a	
	$t_{LP(2)}$	-6,348*	$p=9$	$T_{b1} = 75.3, T_{b2} = 91.3$	3 ^a		1 ^a	
$y_{FRANCIA}^A$	t_t	-2,572	$p=0$		1 ^a		3 ^a	
	$t_{ZA(2)}$	-8,514***	$p=11$	$T_b = 90.4$	2 ^a	***	2 ^a	
	$t_{LP(2)}$	-9,199***	$p=11$	$T_{b1} = 81.3, T_{b2} = 90.4$	3 ^a		1 ^a	***
y_{GRECIA}^A	t_t	0,080	$p=6$		1 ^a		3 ^a	
	$t_{ZA(2)}$	-3,484	$p=6$	$T_b = 89.4$	2 ^a		2 ^a	
	$t_{LP(2)}$	-4,308	$p=10$	$T_{b1} = 90.4, T_{b2} = 97.1$	3 ^a		1 ^a	
$y_{HOLANDA}^A$	t_t	-1,676	$p=9$		1 ^a		3 ^a	
	$t_{ZA(2)}$	-5,849***	$p=0$	$T_b = 90.4$	2 ^a	**	2 ^a	
	$t_{LP(2)}$	-7,593***	$p=0$	$T_{b1} = 78.4, T_{b2} = 90.4$	3 ^a		1 ^a	***
$y_{IRLANDIA}^A$	t_t	-1,169	$p=0$		1 ^a		3 ^a	
	$t_{ZA(2)}$	-4,278	$p=8$	$T_b = 85.2$	2 ^a		2 ^a	
	$t_{LP(2)}$	-4,407	$p=8$	$T_{b1} = 75.3, T_{b2} = 85.2$	3 ^a		1 ^a	
y_{ITALIA}^A	t_t	-4,485***	$p=0$		1 ^a	***	3 ^a	
	$t_{ZA(2)}$	-7,592***	$p=11$	$T_b = 90.4$	2 ^a		2 ^a	
	$t_{LP(2)}$	-8,529***	$p=11$	$T_{b1} = 80.1, T_{b2} = 90.4$	3 ^a		1 ^a	***

²⁴ Los valores críticos relevantes para estos contrastes son los de los cuadros 6 y 8 que están ajustados para evitar la distorsión de tamaño.

	t_t	-1,556	$p=0$		1 ^a	3 ^a
$y_{PORTUGAL}^A$	$t_{ZA(2)}$	-4,848	$p=9$	$T_b = 90.4$	2 ^a	2 ^a
	$t_{LP(2)}$	-6,336*	$p=13$	$T_{b1} = 86.1, T_{b2} = 90.4$	3 ^a	1 ^a

*, **, *** indican que se rechaza la hipótesis nula al 10%, 5% y 1%, respectivamente. Los valores críticos para los contrastes de raíz unitaria individuales son los del cuadro 3. Los valores críticos para los procedimientos “secuencial directo” y “secuencial inverso” son los presentados en los cuadros 12 y 14. Determinamos el valor de p utilizando el procedimiento de Perron (1989), con $p_{max} = 12$. En aquellos casos en los que se encontró correlación serial establecemos $p_{max} = 15$.

En cuanto a la especificación del modelo bajo la hipótesis alternativa, el “contraste secuencial directo” rechaza en la segunda etapa en los casos de Austria, Bélgica, Francia y Holanda, sugiriendo que el diferencial de renta entre estos países y Alemania es $I(0)$ alrededor de una tendencia con una ruptura. En el caso de Italia, donde rechaza en la primera etapa, la evidencia es favorable a la hipótesis de que el diferencial es $I(0)$ alrededor de una tendencia lineal. Por su parte, el “contraste secuencial inverso” rechaza para todos estos países en la primera etapa, indicando que el diferencial de renta con Alemania es $I(0)$ alrededor de una tendencia con dos rupturas. Dado que ambos contrastes no coinciden en el número de rupturas a incluir bajo la alternativa, nosotros comenzamos estimando el modelo más amplio posible, el modelo que incluye dos rupturas, examinamos la significatividad de las variables ficticias incluidas, y si alguna de ellas no es relevante la eliminamos y estimamos un modelo más reducido. En el cuadro 17 presentamos la estimación de la ecuación de LP para aquellos países en los que se rechaza la hipótesis nula (por simplicidad no mostramos los retardos de la endógena estimados). Los estadísticos t para el contraste de significatividad individual de los parámetros de la tendencia determinista estimada están en paréntesis (en todos los casos consideramos un nivel de significación del 10%).

Los gráficos 10-14 representan la serie del diferencial de renta para aquellos países en los que los “contrastos secuenciales” rechazan la hipótesis nula, junto con la tendencia determinista estimada en el cuadro 17²⁵. En todos los casos la tendencia estimada contiene dos rupturas, lo que ratifica la necesidad de incluir contrastes de raíz unitaria con dos rupturas en el análisis de convergencia. La segunda fecha de ruptura se ubica en todos los países en el cuarto trimestre de 1990, señalando la reunificación alemana.

Cuadro 17: Estimación de la ecuación de LP para los países donde los “contrastos secuenciales” rechazan

$y_{AUSTRIA}^A$	$\Delta y_{AUSTRIA_t}^A = 0,087 - 0,0004 t - 0,018 DU1_t - 0,080 DU2_t + 0,0006 DT1_t - 0,0018 DT2_t -$ (7,43) (-1,98) (-4,06) (-11,42) (2,73) (-7,34)
	$- 0,910 y_{AUSTRIA_{t-1}}^A + \sum_{l=1}^{15} f_l \Delta y_{AUSTRIA_{t-l}}^A + u_t; \quad t_{LP(2)} = -10,844; T_{b1} = 1981.4, T_{b2} = 1990.4$
$y_{BELGICA}^A$	$\Delta y_{BELGICA_t}^A = 0,108 - 0,0019 t + 0,024 DU1_t - 0,058 DU2_t + 0,0019 DT1_t - 0,0011 DT2_t -$ (6,20) (-3,45) (4,19) (-9,22) (3,33) (-4,83)
	$- 0,685 y_{BELGICA_{t-1}}^A + \sum_{l=1}^9 f_l \Delta y_{BELGICA_{t-l}}^A + u_t; \quad t_{LP(2)} = -8,604; T_{b1} = 1976.3 \quad T_{b2} = 1990.4$

²⁵ En los gráficos representamos la tendencia de largo plazo, calculada a partir de la tendencia a corto plazo estimada en el cuadro 17.

$$y_{FRANCIA}^A \quad \Delta y_{FRANCIA_t}^A = 0,024 + 0,0005 t - 0,011 DU1_t - 0,056 DU2_t + 0,0003 DT1_t - 0,0019 DT2_t -$$

(4,08) (-3,23) (-2,56) (-9,43) (1,64) (-7,08)

$$- 0,885 y_{FRANCIA_{t-1}}^A + \sum_{l=1}^{11} f_l \Delta y_{FRANCIA_{t-l}}^A + u_t; \quad t_{LP(2)} = -9,199; \quad T_{b1} = 1981.3 \quad T_{b2} = 1990.4$$

$$y_{HOLANDA}^A \quad \Delta y_{HOLANDA_t}^A = 0,014 + 0,031 DU1_t - 0,043 DU2_t - 0,0007 DT2_t - 0,413 y_{HOLANDA_{t-1}}^A + u_t;$$

(5,34) (6,16) (-7,62) (-4,22)

$$t_{LP(2)} = -7,212; \quad T_{b1} = 1978.4 \quad T_{b2} = 1990.4$$

$$y_{ITALIA}^A \quad \Delta y_{ITALIA_t}^A = 0,153 - 0,0006 t - 0,016 DU1_t - 0,060 DU2_t - 0,789 y_{ITALIA_{t-1}}^A + \sum_{l=1}^9 f_l \Delta y_{ITALIA_{t-l}}^A + u_t;$$

(7,91) (-4,46) (-3,82) (-9,08)

$$t_{LP(1)} = -8,631; \quad T_{b1} = 1980.2 \quad T_{b2} = 1990.4$$

Los valores entre paréntesis son los estadísticos t para el contraste de significatividad individual de los parámetros de la tendencia determinista del modelo. Se distribuyen asintóticamente como una $N(0,1)$. $DU1$ y $DU2$ son las variables ficticias que recogen el cambio en la constante en las fechas T_{b1} y T_{b2} , respectivamente. $DT1$ y $DT2$ son las variables ficticias que recogen el cambio en la pendiente en las fechas T_{b1} y T_{b2} , respectivamente. En el modelo estimado para Holanda excluimos la tendencia lineal y la variable $DT1$ porque no son significativas. En el modelo estimado para Italia excluimos las variables $DT1$ y $DT2$ porque no son significativas. En este caso, el contraste relevante es el de LP para el modelo A. El estadístico de contraste es $t_{LP(1)} = -8,631$, por lo que el “contraste secuencial inverso” también rechaza la hipótesis nula al 1% (los valores críticos relevantes para este contraste son los del cuadro 13). En cuanto a las fechas de ruptura estimadas, la segunda coincide con la estimada en el contraste de LP para el modelo C (1990.4), y la primera se sitúa un trimestre más adelante, en 1980.2.

Gráfico 10: Austria

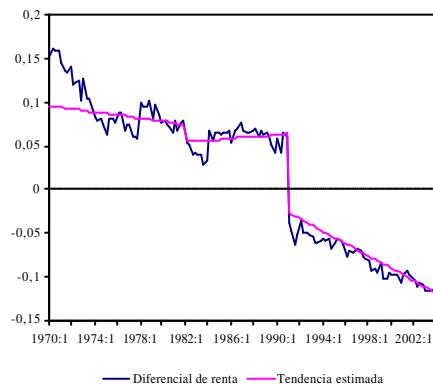


Gráfico 11: Bélgica

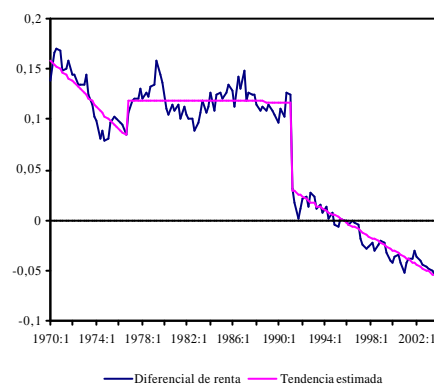


Gráfico 12: Francia

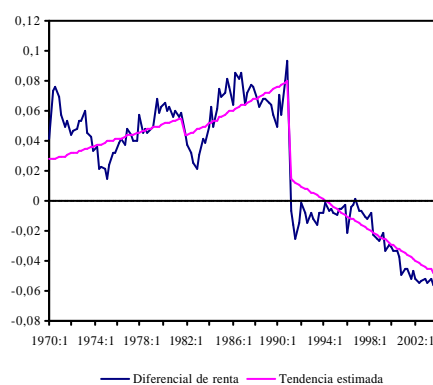


Gráfico 13: Holanda

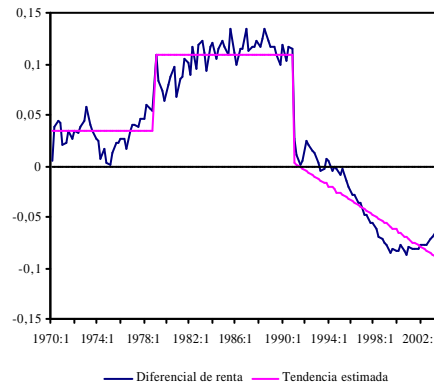
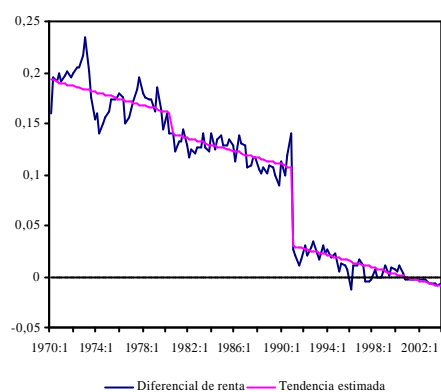


Gráfico 14: Italia



4.3. Análisis de convergencia

Nuestros resultados indican convergencia estocástica entre Alemania y cinco países de la UME: Austria, Bélgica, Francia, Holanda e Italia. En estos países el diferencial de renta es $I(0)$ alrededor de una tendencia con dos rupturas. Sin embargo, para que haya convergencia es necesario que la tendencia alrededor de la que fluctúa satisfaga las condiciones de convergencia de largo plazo o de *catching up*. Convergencia de largo plazo requiere que dicha tendencia sea constante en el tiempo. Si es igual a cero la convergencia es absoluta, y si es distinta de cero la convergencia es condicional. Por su parte, el proceso de *catching up* implica una tendencia determinista que garantice el acercamiento del diferencial de renta per cápita a su valor de equilibrio. En nuestro caso, como se trata de países pertenecientes al mismo entorno económico, el diferencial de equilibrio debe ser muy próximo a cero, por lo que para que exista *catching up* la tendencia determinista debe aproximarse a cero. En lo que sigue vamos a examinar si estas condiciones se cumplen para cada uno de estos países. Para examinar *catching up* utilizamos los gráficos 10-14 que representan la tendencia estimada para el diferencial de renta. Para comprobar la existencia de convergencia de largo plazo realizamos contrastes de hipótesis sobre los parámetros de los modelos estimados en el cuadro 17.

4.3.1. Austria

Podemos definir tres etapas para el diferencial de renta entre Austria y Alemania. Durante los años setenta podemos identificar un proceso de *catching up* suave que aproxima los niveles de renta de ambos países. Este proceso se interrumpe en el cuarto trimestre de 1981, fecha de la primera ruptura estimada. Desde entonces hasta la reunificación alemana, la media para el diferencial de renta es prácticamente constante, sugiriendo que ambos países han podido alcanzar la convergencia de largo plazo. Para determinar si realmente es así, contrastamos si la pendiente del diferencial se iguala a cero en esta segunda etapa. Teniendo en cuenta la especificación de la ecuación de LP, el estadístico de Wald para este contraste, $W=2,41$, no rechaza la hipótesis nula y concluimos que hay convergencia de largo plazo²⁶. Para determinar si

²⁶ Los valores críticos para este contraste vienen dados por una χ^2 con 1 grado de libertad.

ésta es absoluta o condicional contrastamos si el término constante es igual a cero en esta segunda etapa. El estadístico de Wald en este caso, $W= 26,52$, rechaza la hipótesis nula por lo que la convergencia de largo plazo es condicional. Aunque, en esta segunda etapa ambos países han alcanzado la convergencia de largo plazo, sus rentas no se igualan porque la renta de equilibrio alemana es ligeramente superior a la de Austria. Este período de convergencia se interrumpe en 1991 con la reunificación alemana. En esa fecha la renta per cápita alemana disminuye bruscamente hasta situarse por debajo de la de Austria. Desde entonces la tasa de crecimiento alemana ha sido inferior a la de Austria, por lo que en esta tercera etapa los niveles de renta de ambos países están divergiendo.

4.3.2. Bélgica

El comportamiento del diferencial de renta para Bélgica es muy similar al de Austria. Podemos distinguir también tres etapas diferentes: *catching up*, convergencia de largo plazo y divergencia. El gráfico 11 muestra un proceso de *catching up* al inicio de la muestra que dura hasta el tercer trimestre de 1976, fecha estimada para la primera ruptura. En esa fecha el diferencial de renta aumenta ligeramente y se mantiene en niveles muy similares hasta la reunificación alemana, fecha de la segunda ruptura estimada. El estadístico de Wald para el contraste de convergencia de largo plazo en esta segunda etapa es $W=0,13$, indicando que no se puede rechazar la hipótesis nula y que hay convergencia de largo plazo. Al igual que en Austria la convergencia es condicional, ya que el estadístico de Wald para ese contraste es $W=39,09$, y rechaza la hipótesis nula de convergencia absoluta. Este proceso de convergencia se interrumpe en 1991, cuando, por efecto de la reunificación alemana, la renta per cápita alemana disminuye bruscamente hasta situarse en niveles muy similares a los de Bélgica. Desde entonces Bélgica ha experimentado tasas de crecimiento mayores que Alemania, lo que explica que los niveles de renta de ambos países se estén alejando en esta tercera etapa.

4.3.3. Francia

En Francia no hay evidencia de *catching up* ni de convergencia de largo plazo para el período considerado. Este proceso de divergencia ha tenido dos etapas claramente diferenciadas. En la primera etapa, hasta la reunificación alemana, el buen comportamiento de la economía de Alemania Occidental hacía que la renta per capita de este país se alejase de la renta per capita francesa, si bien este proceso de divergencia no ha sido continuo, ya que a principios de los ochenta podemos observar un descenso del diferencial de renta. Desde entonces, este diferencial continuó elevándose, hasta alcanzar el nivel más alto justo antes de la reunificación alemana en 1991. A partir de esta fecha, podemos distinguir una segunda etapa, en cuyo comienzo la caída de la renta per cápita alemana acercó considerablemente los niveles de renta per cápita entre Francia y Alemania. Sin embargo, en esta segunda etapa tampoco se ha logrado la convergencia de largo plazo ya que, en los últimos años, es la economía francesa la que viene experimentando mayores tasas de crecimiento que la alemana, por lo que sus rentas per cápita se están alejando.

4.3.4. Holanda

Holanda es el país que parte con niveles de renta per cápita más similares a los alemanes. Sin embargo, la evolución de los mismos no ha sido igual en ambos países. Observando el gráfico 13 podemos distinguir tres etapas en la evolución del diferencial de renta: durante las dos primeras etapas hay convergencia de largo plazo, mientras que la última es una etapa de divergencia. La evidencia gráfica y las estimaciones indican que desde el inicio de la muestra hasta la reunificación alemana se desarrolla un proceso de convergencia de largo plazo entre Holanda y Alemania²⁷. Sin embargo, este proceso no es estable. La ecuación estimada para el contraste de LP señala un cambio en la media del diferencial de renta en el cuarto trimestre de 1978, de modo que podemos distinguir dos etapas en el proceso de convergencia de largo plazo: la primera hasta finales de 1978, y la segunda desde entonces hasta la reunificación alemana en 1990, que es la segunda fecha de ruptura estimada. En ambas etapas la convergencia de largo plazo es condicional²⁸, señalando que el diferencial de equilibrio es distinto de cero. Por último, distinguimos la tercera etapa que se inicia con la reunificación alemana. Al igual que ocurre en los países comentados anteriormente, ésta provoca una disminución brusca del diferencial de renta, que en el caso de Holanda se sitúa en niveles muy próximos a cero. Desde entonces, dado que la tasa media de crecimiento de Holanda ha sido considerablemente superior a la alemana, los niveles de renta de ambos países se están alejando.

4.3.5. Italia

De todos los países en los que encontramos convergencia estocástica, Italia es el que mayor diferencial de renta llega a tener con Alemania, y el único que experimenta durante todo el período un proceso de *catching up* que acerca suavemente sus niveles de renta a los de Alemania (véase gráfico 14). La ecuación estimada para el contraste de LP muestra que, aunque la pendiente estimada es la misma para todo el período, hay dos cambios en el término constante que hacen que el proceso de *catching up* presente dos etapas diferentes. El primer cambio, que se sitúa en el segundo trimestre de 1980, señala un ligero descenso en el diferencial de renta entre ambos países, lo que acelera el proceso de convergencia. Pero cuando realmente se acelera la convergencia es con la reunificación alemana en 1990, fecha estimada para el segundo punto de ruptura. Este hecho produjo un notable descenso en el diferencial de renta, situándolo en niveles próximos a cero. Desde entonces, el proceso de *catching up* ha continuado reduciendo el diferencial hasta alcanzar valores incluso por debajo de cero en los últimos años de la muestra. Sería necesario disponer de más datos para verificar si dicho diferencial se estabiliza en valores próximos a cero, o si se hace cada vez más negativo como ocurre en otros países.

²⁷ En este caso no hace falta llevar a cabo ningún contraste de hipótesis porque la ecuación estimada para Holanda en el cuadro 17 muestra que la pendiente para el diferencial de renta es cero hasta 1990.4.

²⁸ El cuadro 17 muestra que el término constante de la ecuación de LP es significativo ($t=5,34$), así que la media del diferencial durante la primera etapa de convergencia es mayor a cero. Durante la segunda etapa, el estadístico de Wald para el contraste de convergencia absoluta es $W=51,19$, por lo que se rechaza la hipótesis nula.

2.7. CONCLUSIONES

En este capítulo proponemos un nuevo procedimiento para el análisis de convergencia con series temporales, que permite contrastar la hipótesis nula de raíz unitaria permitiendo hasta dos cambios estructurales en el proceso de convergencia. Nuestro procedimiento, basado en la aplicación secuencial de contrastes de raíz unitaria que consideran distinto número de rupturas (hasta un máximo de dos), resuelve los problemas de los contrastes de raíz unitaria utilizados tradicionalmente en la literatura para el análisis de convergencia, cuando el número de cambios que afectan al proceso es desconocido. Las simulaciones de Monte Carlo realizadas indican que los “contrastos secuenciales” que proponemos tienen una potencia muy próxima a la del contraste de raíz unitaria que modeliza correctamente el número de rupturas.

En la segunda parte de este capítulo, aplicamos los “contrastos secuenciales” para examinar convergencia en renta entre los países de la UME, considerando a Alemania como economía de referencia. Encontramos convergencia estocástica entre Alemania y cinco de los países de la UME: Austria, Bélgica, Francia, Holanda e Italia. En tres de estos países, Austria, Bélgica y Holanda, podemos hablar de convergencia de largo plazo con Alemania desde principios de los años ochenta²⁹. Francia e Italia no participan en ningún momento de esta convergencia de largo plazo. De hecho, Francia es el único país en el que no hay evidencia de convergencia de largo plazo ni de *catching up* con Alemania. En Italia, en cambio, hay un proceso de *catching up* continuo con Alemania, acelerado sobre todo con la reunificación alemana. Al final de la muestra los niveles de renta per cápita de Italia y Alemania son muy similares.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ben-David, D. y D. H. Papell (1995): “The great wars, the great crash, and steady state growth: Some new evidence about an old stylized fact”, *Journal of Monetary Economics*, 36, págs. 453-475.
- Ben-David, D., R. L. Lumsdaine y D. H. Papell (2003): “Unit roots, postwar slowdowns and long-run growth: Evidence from two structural breaks”, *Empirical Economics*, 28, págs. 303-319.
- Dickey, D. A. y W. A. Fuller (1979): “Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root”, *Journal of the American Statistical Association*, 74, págs. 427-431.
- Greasley, D. y Oxley, L. (1997): “Time-series based tests of the convergence hypothesis: some positive results”, *Economics Letters*, 56, págs. 143-147.
- Li, Q. y Papell, D. (1999): “Convergence of international output. Time series evidence for 16 OECD countries”, *International Review of Economics and Finance*, 8, págs. 267-280.
- Lumsdaine, R. L. y D. H. Papell (1997): “Multiple trend breaks and the unit-root hypothesis”, *The Review of Economics and Statistics*, 79, págs. 212-218.
- MacKinnon, J. G. (1996): “Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests”, *Journal of Applied Econometrics*, 11, págs. 601-618.
- Ng, S. (1995): “Testing for unit roots in flow data sampled at different frequencies”, *Economics Letters*, 47, págs. 237-242.

²⁹ En el caso de Holanda la convergencia de largo plazo con Alemania se mantiene desde el principio de la muestra.

- Ng, S. y P. Perron (1995): "Unit root tests in ARMA models with data-dependent methods for the selection of the truncation lag", *Journal of the American Statistical Association*, 90, págs. 268-281.
- Nunes, L. C., P. Newbold y C. Kuan (1997): "Testing for unit roots with breaks: evidence on the great crash and the unit root hypothesis reconsidered", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 59, 4, págs. 435-448.
- Oxley, L. y Greasley, D. (1995): "A time series perspective on convergence: Australia, UK and USA since 1870", *The Economic Record*, 71, págs. 259-270.
- Perron, P. (1989): "The great crash, the oil price shock and the unit root hypothesis", *Econometrica*, 57, 6, págs. 1361-1401.
- Perron, P. y T. J. Vogelsang (1992): "Nonstationarity and level shifts with an application to purchasing power parity", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 3, págs. 301-320.
- Vogelsang, T. J. y P. Perron (1998): "Additional Tests for a Unit Root Allowing for a Break in the Trend Function at an Unknown Time", *International Economic Review*, 39, 4, págs. 1073-1100.
- Zivot, E. y D. W. K. Andrews (1992): "Further evidence on the great crash, the oil-price shock, and the unit-root hypothesis", *Journal of Business and Economic Statistics* 10, 3, págs. 251-270.