

## VIII ENCUESTRO DE ECONOMÍA APLICADA

### **ANÁLISIS DE LAS PONDERACIONES DE INDICADORES SIMPLES EN LA CONSTRUCCIÓN DEL INDICADOR SINTÉTICO DE INTENSIDAD DE LA POBREZA. EL CASO DE LA UNIÓN EUROPEA, DURANTE 1993-2000.<sup>1</sup>**

**Domínguez Domínguez, Juana** ([juana.dominguez@uah.es](mailto:juana.dominguez@uah.es))

**Núñez Velázquez, José Javier** ([josej.nunez@uah.es](mailto:josej.nunez@uah.es))

**Rivera Galicia, Luis F.** ([luisf.rivera@uah.es](mailto:luisf.rivera@uah.es))

Departamento de Estadística, Estructura Económica y O.E.I.

Universidad de Alcalá.

#### **Resumen**

Utilizando un indicador sintético de intensidad de la pobreza, basado en técnicas de Análisis Multivariante, que permite soslayar la problemática de la selección de un indicador simple concreto (Domínguez, Núñez y Rivera, 2004), en este trabajo se explora la estructura de ponderaciones del conjunto básico de indicadores simples considerado, mediante un análisis que permita la identificación de los factores que contribuyen a su generación. Por otra parte, aprovechando la potencialidad dinámica del indicador sintético, se estudia la evolución de los niveles de intensidad de la pobreza detectados en la Unión Europea, durante el período 1993-2000, usando datos procedentes del Panel de Hogares de la Unión Europea (PHOGUE). Finalmente, se analizan las causas generadoras de los sistemas de ponderaciones observados en este caso.

**Palabras clave:** Medidas de pobreza; Distribución de ingresos; Métodos multivariantes; Indicadores económicos.

**Clasificación JEL:** I32; D31

---

<sup>1</sup> Los autores agradecen la ayuda recibida a través del Proyecto de Investigación PI-UAH2004/034, de la Universidad de Alcalá. Los datos se han utilizado bajo el permiso de EUROSTAT (contrato ECHP/15/00).

## 1.-Introducción.

En el marco del estudio del bienestar social, una de las aproximaciones más pujantes actualmente es la basada en los sistemas de indicadores (Tinbergen, 1991), para la que se cuenta cada vez con mayores y mejores sistemas oficiales, desde los precedentes sentados en OCDE (1982), por ejemplo, como puede verse en Núñez y Rivera (2003), entre otros. Esta puede considerarse una de las razones que han motivado el auge de la línea de investigación que persigue la construcción de indicadores sintéticos bien fundamentados, tanto en el marco de la medida del bienestar cómo en el de algunos de sus componentes más estudiados, como la pobreza ó la desigualdad económica (Cantó, del Río y Gradín, 2004; Rivera, 2004).

Es precisamente en el marco del estudio de la pobreza en el que se enmarca este trabajo, del que pueden seguirse los principales desarrollos que se han ido produciendo en Cantó, del Río y Gradín (2000), por ejemplo, con especial énfasis en el caso de las aplicaciones al caso español. En esta línea de investigación, son muchas las decisiones que deben tomarse y todas ellas con una incidencia importante en los resultados obtenidos. Una de las principales líneas de debate tiene su origen en relación con el carácter absoluto o relativo del concepto, avivada por el trabajo de Sen (1983), al que siguieron réplicas de Townsend (1985) y el propio Sen (1985). A modo de resumen, Subramanian (2004) concluye que podría considerarse la pobreza como absoluta en el espacio de las “capacidades” (*functionings*), pero relativa en el espacio de los recursos, bienes e ingresos.

El estudio de la pobreza a través de las capacidades resalta el carácter multidimensional del fenómeno a través de indicadores no monetarios. Sin embargo, los problemas que plantea esta alternativa son importantes, comenzando con el de la selección y disponibilidad de datos adecuados (Laderchi, 1997) <sup>2</sup>, lo que ha llevado a algunos autores a utilizar modelos de clases

---

<sup>2</sup> No obstante, recientemente, se están produciendo numerosos trabajos en esta línea, habitualmente a través del concepto de *privación multidimensional*, siguiendo las directrices de Brandolini y D’Alessio (2000) y de Martínez y Ruiz-Huerta (2000), aunque esta vía tampoco está exenta de dificultades como los propios autores señalan.

latentes (Pérez Mayo y Fajardo, 2003 ó Ayala y Navarro, 2004, por ejemplo). La otra alternativa enlaza de nuevo con el concepto de *pobreza económica* (Sen, 1976), en el sentido de admitir el ingreso ó el gasto para fijar la posición económica de los hogares, pese a sus limitaciones (Ruiz-Castillo, 1987), que será la aproximación adoptada en el presente trabajo.

Así pues, en este contexto, el propio Sen (1976) señala la incidencia, la intensidad y la desigualdad como las tres dimensiones presentes en el fenómeno de la pobreza<sup>3</sup>, todas ellas presentes en la elaboración del indicador propuesto por dicho autor, así como en la construcción de las curvas TIP/IID, que permiten efectuar comparaciones en pobreza, propuestas por Jenkins y Lambert (1997), y de las que una aplicación al caso español puede verse en Casas, Domínguez y Núñez (2003), por ejemplo. Sin embargo, estas curvas no logran alcanzar una estructura de ordenación total, como tampoco lo consiguen otros tipos de curvas globales, como las propuestas por Atkinson (1987) ó por Foster y Shorrocks (1988a,b).

En este trabajo, se optará por la aproximación tradicional a través de las dimensiones determinadas por la *incidencia* y la *intensidad* de la pobreza, que tampoco quedan exentas de problemas. En efecto, así ocurre incluso desde la identificación de los pobres que permite estudiar la incidencia de la pobreza, a partir del umbral que determina la situación de pobreza, denominado *umbral ó línea de pobreza*, que ha generado un buen número de propuestas en la literatura<sup>4</sup>. Tampoco resulta fácil la selección de una medida que permita cuantificar la *intensidad* de la pobreza, habida cuenta de la estructura de orden parcial que las aproximaciones globales proporcionan. La gran variedad de propuestas ha movido a los investigadores a asumir una serie de condiciones mínimas ó *axiomas* de obligado cumplimiento (Foster, 1984; Núñez, 1990) que, no obstante, no permiten la selección de una medida que resulte claramente superior al resto (Foster y Sen, 1997), reproduciéndose la

---

<sup>3</sup> Con frecuencia, se señala también a la *duración de la situación de pobreza* como una cuarta dimensión, de indudable trascendencia. Esta línea de investigación encuentra un claro precedente en Bane y Ellwood (1986) y se desarrolla básicamente a través de modelos de duración ó de matrices de transición. Algunos de los trabajos en este sentido son Ayala y Rodríguez (2004), Bárcena *et al.* (2004) ó Cantó, del Río y Gradín (2003).

<sup>4</sup> Una panorámica puede verse en Hagenaars y Van Praag (1985) ó en Hagenaars (1986), con más detalle.

problemática de la *cuasi-ordenación de intersección*, propuesta por Sen (1973), en el marco de la desigualdad. Es en este marco, en el que toma cuerpo la alternativa propuesta en García *et al.* (2002), para el estudio transversal de la desigualdad económica, adaptada al estudio de la intensidad de la pobreza y dotada de características que permiten su utilización en el análisis dinámico en Domínguez, Núñez y Rivera (2004). En efecto, la utilización de técnicas basadas en el Análisis de Componentes Principales (ACP) permite la utilización de baterías de indicadores de intensidad de pobreza, lo que soslaya el problema de la selección, dotándole, sin embargo, de pleno significado, teniendo en cuenta que todos los indicadores de partida se han diseñado para medir precisamente este fenómeno.

Como complemento indispensable de la propuesta anterior, debe investigarse a qué se debe la configuración de las ponderaciones que los diferentes indicadores presentan en la confección del indicador sintético resultante, siendo éste el principal objetivo del presente trabajo.

Así pues, el trabajo se estructura de la siguiente manera. En la sección 2, se presentan los datos e indicadores de intensidad de pobreza utilizados como base, así como las principales decisiones relacionadas con la escala de equivalencia y el umbral de pobreza utilizados. La sección 3 resume la metodología inherente a la construcción del indicador sintético de intensidad de pobreza, incluyendo su adaptación para realizar análisis de naturaleza dinámica. La sección 4 presenta los resultados obtenidos, en relación con la evolución de la incidencia y la intensidad de la pobreza en los países de la Unión Europea, durante el período 1993-2000, incluyendo un pormenorizado estudio de las causas de la estructura de las ponderaciones de los indicadores simples, así como de su sensibilidad cuando alguno de ellos no está presente. Finalmente, se establecen las condiciones más relevantes.

## **2.-Datos utilizados y selección de los indicadores simples de pobreza.**

Para evaluar la posición económica de los hogares, se ha utilizado el ingreso neto familiar procedente del Panel de Hogares de la Unión Europea (PHOGUE), cuyos datos son representativos a nivel de Países de la Unión Europea. Por otra parte, es conocido que la medición de la pobreza depende críticamente de la escala de equivalencia seleccionada, como indicador de las economías de escala en el seno del hogar (Duclos y Mercader-Prats, 1999), provocando patrones de comportamiento reconocibles<sup>5</sup>; por ello, teniendo en cuenta la extensión que supondría la consideración de varias escalas de equivalencia y la persistencia de los patrones comentados, se ha optado por trabajar con el *ingreso neto per capita*, que es la opción más habitual y la que presenta una interpretación más clara, que corresponde al valor unitario de la escala general uniparamétrica propuesta por Buhmann et al. (1988).

El PHOGUE es una encuesta de carácter anual, cuya información se obtiene de un panel de 71360 hogares, elegidos en el año 1993<sup>6</sup>. Para homogeneizar el proceso de comparación, dichos ingresos han sido deflacionados utilizando el I.P.C. armonizado de la Unión europea con base 1996.

En este trabajo, se ha tenido en cuenta la información de las 8 oleadas, que corresponden a los años 1994 a 2001. Como es bien conocido, los datos de ingresos de cada oleada están siempre referidos a los del año anterior. Por esta razón, la información se refiere al período comprendido entre los años 1993 y 2000.

Para la selección del umbral de pobreza, se han seguido las directrices de la metodología del PHOGUE y por tanto, se opta por el 60% del ingreso neto mediano *per capita* de cada país. Se ha elegido esta línea de pobreza relativa, por ser mucho más estable que las basadas en un porcentaje de la renta media, más expuesta a los valores extremos de la distribución.

---

<sup>5</sup> Véase, por ejemplo, Burkhauser, Smeeding y Merz (1996), Coulter, Cowell y Jenkins (1992) o Buhmann et al. (1988) y, con aplicación al caso español, Casas, Domínguez y Núñez (2001), Oliver, Ramos y Raymond (2001) o Domínguez, Núñez y Rivera (2002).

<sup>6</sup> Un estudio detallado del PHOGUE puede encontrarse en Peracchi (2002).

Por otra parte, las medidas de pobreza seleccionadas para formar parte de la batería de indicadores utilizada en este estudio, cumplen las propiedades básicas exigibles a las medidas de pobreza (Domínguez, 2003). En concreto, los indicadores elegidos han sido los siguientes, teniendo en cuenta que  $z$  es el umbral de pobreza,  $n$  el tamaño de cada país y  $q$  identifica al número de hogares pobres (en los que su ingreso neto *per capita* se sitúa por debajo del umbral de pobreza):

$$1. \text{ Medida de Sen: } SEN(x, z) = \frac{2}{(q+1)nz} \sum_{i=1}^q (z - x_i)(q+1-i).$$

$$2. \text{ Medida de Thon: } THON(x, z) = \frac{2}{(n+1)nz} \sum_{i=1}^q (z - x_i)(n+1-i).$$

$$3. \text{ Medida de Foster, Greer y Thorbecke de orden 2: } FGT2(x, z) = \frac{1}{nz^2} \sum_{i=1}^q (z - x_i)^2.$$

$$4. \text{ Medida de Foster, Greer y Thorbecke de orden 3: } FGT3(x, z) = \frac{1}{nz^3} \sum_{i=1}^q (z - x_i)^3.$$

$$5. \text{ La medida Exponencial}^7: E(x, z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left(1 - \frac{x_i}{z}\right) \exp\left(-\frac{x_i}{z}\right).$$

$$6. \text{ La medida de Chackravarty de orden 0.75: } CHACK075(x, z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left[1 - \left(\frac{x_i}{z}\right)^{0.75}\right].$$

La proporción de pobres ( $H=q/n$ ) sólo se ha utilizado para estudiar la evolución de la incidencia de la pobreza en las diferentes poblaciones, a lo largo del periodo. Para el estudio de la intensidad de la pobreza, se han utilizado el resto de los indicadores simples presentados en este epígrafe.

En el Cuadro 1, se presentan los tamaños muestrales del PHOGUE, y los considerados para cada país y oleada, según la disponibilidad de la información requerida. En algunos casos se observan grandes reducciones en dichos tamaños, que corresponden al fenómeno denominado *attrition* en la literatura.

---

<sup>7</sup> Medida definida en Domínguez (2003).

**Cuadro 1:** *Tamaños muestrales totales y tamaños muestrales considerados, entre paréntesis.*

<b>País</b>	<b>Ola 1 1993</b>	<b>Ola 2 1994</b>	<b>Ola 3 1995</b>	<b>Ola 4 1996</b>	<b>Ola 5 1997</b>	<b>Ola 6 1998</b>	<b>Ola 7 1999</b>	<b>Ola 8 2000</b>
<b>Dinamarca (DK)</b>	3482 (3478)	3223 (3218)	2955 (2951)	2745 (2740)	2512 (2505)	2387 (2381)	2281 (2273)	2283 (2279)
<b>Holanda (NL)</b>	5187 (5139)	5110 (5035)	5179 (5097)	5049 (5019)	4963 (4922)	5023 (4981)	5008 (4976)	4851 (4824)
<b>Bélgica (BE)</b>	3490 (3454)	3366 (3343)	3210 (3191)	3039 (3013)	2876 (2863)	2712 (2691)	2571 (2555)	2362 (2342)
<b>Francia (FR)</b>	7344 (7108)	6722 (6679)	6600 (6555)	6176 (6142)	5866 (5849)	5610 (5594)	5345 (5331)	5345 (5268)
<b>Irlanda (IE)</b>	4048 (4038)	3584 (3569)	3173 (3164)	2945 (2935)	2729 (2723)	2378 (2372)	1951 (1944)	1760 (1757)
<b>Italia (IT)</b>	7115 (6915)	7128 (7004)	7132 (7026)	6713 (6627)	6571 (6478)	6370 (6273)	6052 (5989)	5606 (5525)
<b>Grecia (GR)</b>	5523 (5480)	5220 (5173)	4907 (4851)	4604 (4543)	4211 (4171)	3986 (3952)	3918 (3893)	3916 (3895)
<b>España (ES)</b>	7206 (7142)	6522 (6449)	6267 (6133)	5794 (5714)	5485 (5439)	5418 (5301)	5132 (5048)	4966 (4950)
<b>Portugal (PT)</b>	4881 (4787)	4916 (4870)	4849 (4807)	4802 (4167)	4716 (4666)	4683 (4645)	4633 (4606)	4614 (4588)
<b>Austria (AT)</b>	- (-)	3380 (3367)	3292 (3281)	3142 (3130)	2960 (2952)	2815 (2809)	2644 (2637)	2544 (2535)
<b>Finlandia (FI)</b>	- (-)	- (-)	4139 (4138)	4106 (4103)	3920 (3917)	3822 (3818)	3104 (3101)	3115 (3106)
<b>Suecia (SE)</b>	- (-)	- (-)	- (-)	5891 (5286)	5807 (5208)	5732 (5165)	5734 (5116)	5680 (5085)
<b>Alemania (DE)</b>	6207 (6196)	6336 (6329)	6259 (6252)	6163 (6156)	5962 (5955)	5847 (5845)	5693 (5687)	5563 (5559)
<b>Luxemburgo(LU)</b>	1011 (1010)	2978 (2976)	2472 (2471)	2654 (2651)	2523 (2521)	2552 (2551)	2373 (2373)	2428 (2428)
<b>Reino Unido (UK)</b>	5126 (5041)	5032 (4999)	5011 (4991)	4965 (4958)	4996 (4975)	4951 (4935)	4890 (4866)	4819 (4779)

Fuente: *Elaboración propia.*

### 3.- Metodología.

En primer lugar, se presenta, de forma general, la metodología apropiada para resumir la información proporcionada por una batería de indicadores simples, mediante la construcción de indicadores sintéticos de carácter transversal. Posteriormente, se propone la construcción de un único indicador sintético, que permita efectuar comparaciones dinámicas. Esta metodología se puede aplicar a baterías de indicadores que se refieran al mismo objeto de estudio, en este caso pobreza. La exposición se presenta reducida, pudiéndose encontrar más detalles en Domínguez, Núñez y Rivera (2004), así como una aplicación a las Comunidades Autónomas españolas.

### 3.1. Elaboración de indicadores sintéticos transversales.

Cuando se consideran diferentes indicadores de intensidad de la pobreza, cada uno de ellos puede provocar una ordenación diferente de las unidades territoriales analizadas, según sea el esquema particular de sus ponderaciones sobre los diferentes cuantiles de la distribución. No obstante, debido a las buenas propiedades que presentan todos los indicadores seleccionados, es razonable considerar la información que proporcionan todos ellos de forma conjunta, lo cual medirá, evidentemente, la intensidad de la pobreza. Sin embargo, un estudio comparativo completo precisaría disponer de un indicador global que permitiera la ordenación completa de la distribución del ingreso neto *per capita* en los casos de análisis (los países de la EU). Por ello, tal indicador global será sintético, en el sentido de que trata de resumir la información suministrada por los diferentes indicadores de pobreza seleccionados en la batería inicial.

Utilizando el Análisis de Componentes Principales, la primera componente es la que mayor variabilidad recoge, y constituye un resumen, en cierta medida óptimo, de la información común a todos los indicadores seleccionados. A continuación, se justificará formalmente esta afirmación, trabajando con una batería general de indicadores normalizados, del mismo tipo (intensidad de pobreza), siendo los casos de estudio las diversas unidades territoriales consideradas, en este caso los países de la Unión Europea que forman parte del PHOGUE.

Sea  $I_j(r,t)$  el indicador  $j$ -ésimo, para cada caso de estudio,  $r$ , y para cada período temporal considerado,  $t \in T = \{1993, 1994, \dots, 2000\}$ . Sea  $p$  el número de indicadores incluidos en la batería inicial. Ahora bien, para cada caso de estudio y cada instante temporal, se define el indicador tipificado ( $Y_j(r,t)$ ), de la forma usual:

$$Y_j(r, t) = \frac{I_j(r, t) - \bar{I}_j(t)}{S_{I_j}(t)} \quad j = 1, 2, \dots, p,$$

donde  $\bar{I}_j(t) = \frac{1}{n_t} \sum_{r=1}^{n_t} I_j(r, t)$ , siendo  $n_t$  el número de casos en  $t$ , y  $S_{I_j}(t)$  la desviación típica del indicador  $I_j$  en el período  $t$ . En cada uno de los períodos de tiempo considerados, el Análisis de Componentes Principales proporciona, como es sabido, las componentes principales como combinaciones lineales de las variables de partida tipificadas:

$$Z_i(t) = \sum_{j=1}^p u_{ij}(t) Y_j(t) \quad i = 1, \dots, p; t \in T.$$

La forma de deducir estas  $p$  componentes principales se basa en la descomposición espectral de la matriz de correlaciones entre los indicadores simples de partida. En este sentido, sea  $R(t)$  la matriz de correlaciones asociada a  $bs$  valores de la batería de indicadores obtenidos en el período  $t$ , sean  $\lambda_1(t) \geq \lambda_2(t) \geq \dots \geq \lambda_p(t)$  sus autovalores asociados y  $u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)$ , los correspondientes vectores propios normalizados. En este caso, la descomposición espectral de la matriz  $R(t)$  adopta la expresión (Peña, 2002, pág. 43)<sup>8</sup>:

$$R(t) = \sum_{j=1}^p \lambda_j(t) \cdot u_j(t) \cdot u_j'(t), t \in T.$$

Teniendo en cuenta esta descomposición espectral, el predictor lineal óptimo, en el sentido de que proporciona un error cuadrático mínimo de predicción de las variables observadas, viene dado por la primera componente principal (Peña, 2002, págs. 168-170):

$$Z_1(t) = Y(t) \cdot u_1(t) = \sum_{j=1}^p u_{1j}(t) \cdot Y_j(t), t \in T,$$

donde el error de predicción cometido es menor cuanto mayor sea el porcentaje de variabilidad explicada por la Primera Componente Principal que, a su vez, es la que más varianza absorbe.

---

<sup>8</sup> Los autovectores se determinan de modo único, salvo multiplicación por (-1), si los autovalores son distintos. Por otra parte, los autovalores de una matriz real simétrica semidefinida positiva, como es el caso de las matrices de correlación, son siempre no negativos (Rencher, 1995).

No obstante, las componentes principales se adaptan poco a la formulación habitual de los indicadores de pobreza, lo que no facilita su interpretación, ni su comparación con el resto de indicadores. Por tanto, a continuación se desarrolla un proceso de normalización a partir de la primera componente principal. Así:

$$Z_1(t) = \sum_{j=1}^p u_{1j}(t) Y_j(t) = \sum_{j=1}^p u_{1j}(t) \left( \frac{I_j(t) - \bar{I}_j(t)}{S_{I_j}(t)} \right). \quad (1)$$

Si se desarrolla la expresión (1), se tiene:

$$Z_1(t) = \sum_{j=1}^p a_{1j}(t) I_j(t) - \sum_{j=1}^p a_{1j}(t) \bar{I}_j(t), \quad \text{con } a_{1j}(t) = \frac{u_{1j}(t)}{S_{I_j}(t)}, \quad j=1, \dots, p$$

y para obtener un indicador normalizado, bastará con definir:

$$Z^*(t) = \frac{Z_1(t) + \sum_{j=1}^p a_{1j}(t) \bar{I}_j(t)}{\sum_{j=1}^p a_{1j}(t)} = \sum_{j=1}^p a_{1j}^*(t) I_j(t), \quad \text{con } a_{1j}^*(t) = \frac{a_{1j}(t)}{\sum_{j=1}^p a_{1j}(t)}, \quad j=1, \dots, p.$$

De esta forma, para cada caso de estudio,  $r$ , en cada momento temporal,  $t$ , se puede calcular el valor del indicador sintético  $Z^*$  a través de la siguiente combinación lineal convexa:

$$Z^*(r, t) = \sum_{j=1}^p a_{1j}^*(t) I_j(r, t), \quad \text{siendo } a_{1j}^*(t) = \frac{u_{1j}(t)/S_{I_j}(t)}{\sum_{k=1}^p u_{1k}(t)/S_{I_k}(t)}, \quad j=1, \dots, p. \quad (2)$$

En el caso de que no exista pobreza en algún período ( $I_j(t)=0$ ,  $j=1, \dots, p$ ), se tiene que  $Z^*(t) = 0$ , y en el caso de que la intensidad de la pobreza fuera máxima, ( $I_j(t)=1$ ,  $j=1, \dots, p$ ) se verificaría que  $Z^*(t) = 1$ . De esta forma se obtiene un indicador sintético normalizado en cada corte temporal.

### 3.2. Construcción de un indicador sintético dinámico.

Para obtener valores comparables a lo largo del tiempo, además de en sentido transversal, se puede proponer la consideración conjunta de todos los casos en estudio, con independencia de su referencia temporal. Para ello, es necesario comprobar si la estructura de correlaciones que liga dichos indicadores es la misma, o no, en todos los nodos que componen el período. Un modo de realizar dicha comprobación consiste en utilizar un contraste basado en el estadístico  $M$  de Box<sup>9</sup>, que permite contrastar la hipótesis nula de igualdad de matrices de varianzas y covarianzas<sup>10</sup>.

Así pues, supongamos que se tienen un conjunto de entidades territoriales (para cada uno de los períodos temporales incluidos en el PHOGUE). Sea  $t$  el índice que indica el momento temporal concreto de estudio ( $t \in T = \{1993, 1994, \dots, 2000\}$ ). Sea  $n_t$  el número de casos de estudio en cada nodo  $t$ , y sea  $R(t)$  la matriz de correlaciones entre los indicadores de pobreza correspondientes al mismo instante temporal. Se define la matriz de correlación muestral combinada  $R_{\text{comb}}$  de la siguiente manera:

$$R_{\text{comb}} = \frac{\sum_{t \in T} v_t R(t)}{\sum_{t \in T} v_t}, \quad \text{siendo } v_t = n_t - 1, \forall t \in T.$$

En estas condiciones, el contraste que se plantea es:

$$\begin{cases} H_0 : R(t) = R_{\text{comb}} \quad \forall t \in T = \{1993, \dots, 2000\} \\ H_1 : \exists t_i, t_j \in T = \{1993, \dots, 2000\} \quad \text{t.q.} \quad R(t_i) \neq R(t_j) \end{cases}$$

El estadístico de prueba se obtiene calculando la siguiente expresión:

$$M = \frac{|R(1993)|^{v_{1993}/2} \wedge |R(2000)|^{v_{2000}/2}}{|R_{\text{comb}}|^{\sum_t v_t/2}}$$

<sup>9</sup> Ver, por ejemplo, Rencher (1995), pág. 280 y siguientes.

<sup>10</sup> Obviamente, serán matrices de correlaciones, si el contraste se construye sobre variables tipificadas, como es el caso.

Bajo  $H_0$ , una transformación del estadístico  $(-lnM)$  sigue una distribución  $F$  de Snedecor, siendo su región crítica unilateral a la derecha. En el caso de que se pueda admitir la hipótesis nula, se puede obtener un indicador sintético dinámico, utilizando la primera componente principal calculada sobre la matriz de correlación muestral combinada ( $R_{comb}$ ). En caso contrario, aún se puede aplicar una adaptación del denominado *Análisis del Espacio Común*, cuya idea es la comparación formal de componentes principales entre  $k$  grupos, tal y como aparece en Krzanowski (1979, 1982), que sugiere comparar los ángulos entre los subespacios generados por las componentes principales de los diversos grupos.

Supongamos, pues, que se tienen  $k$  grupos (uno para cada período temporal considerado), con  $n_i$  individuos en el grupo  $i$ -ésimo, midiendo las mismas  $p$  variables en cada grupo. Si  $U_i$  es el autovector asociado al mayor autovalor de la matriz de correlación del grupo  $i$  ( $i=1, \dots, k$ ), y los subespacios generados por estos autovectores, para cada una de las diferentes muestras, son similares, se podría encontrar un vector  $V$ , lo suficientemente cercano a todos los vectores generadores. Si  $\delta_i$  es el ángulo que forma  $U_i$  con  $V$ , el problema de encontrar el vector  $V$  equivale al siguiente problema de optimización:

$$\text{Máx} \sum_{i=1}^k \cos^2(d_i).$$

Aplicando el Teorema 3 de Krzanowski (1979), el vector  $V$  más próximo a dichos subespacios es el vector propio asociado con el mayor autovalor de la matriz:

$$H = \sum_{i=1}^k U_i U_i'$$

siendo el valor de la función que se maximiza una medida de la adecuación de  $V$ .

Este vector  $V$  es el que se tomará como vector generador del espacio común, que permitirá construir una combinación lineal convexa de las variables originales del tipo:

$$Z^*(r, t) = \sum_{j=1}^p a_j \cdot I_j(r, t), \quad \text{con } a_j = \frac{(v_j/S_j)}{\sum_{h=1}^p (v_h/S_h)}, \quad (3)$$

siendo  $v_j$  la  $j$ -ésima coordenada del vector  $V$ , y  $S_j$  la desviación típica muestral del indicador  $j$ -ésimo, sobre todos los casos de estudio, independientemente de su referencia temporal. De este modo, se tiene un marco común de comparación y una estructura de ponderaciones homogénea, que se mantiene a lo largo del tiempo. Este procedimiento hace posible establecer comparaciones dinámicas, transversales e incluso combinaciones de ambas características.

#### **4. Presentación y análisis de los resultados.**

A continuación, se aplica la metodología expuesta al análisis de la intensidad de la pobreza. Para clarificar los resultados obtenidos, se presentan en tres apartados. En primer lugar, se analiza la evolución de la incidencia de la pobreza en los países de la Unión Europea. En segundo lugar, se estudia la estructura de ponderaciones obtenida para el indicador sintético de intensidad de la pobreza, elaborado siguiendo las directrices metodológicas presentadas en el apartado anterior. Por último, se analizan los resultados que facilita dicho indicador sintético en los países de la Unión Europea, llevando a cabo una clasificación de los mismos en función del comportamiento de la pobreza en cada uno.

##### **4.1. Análisis de la evolución de la incidencia de la pobreza.**

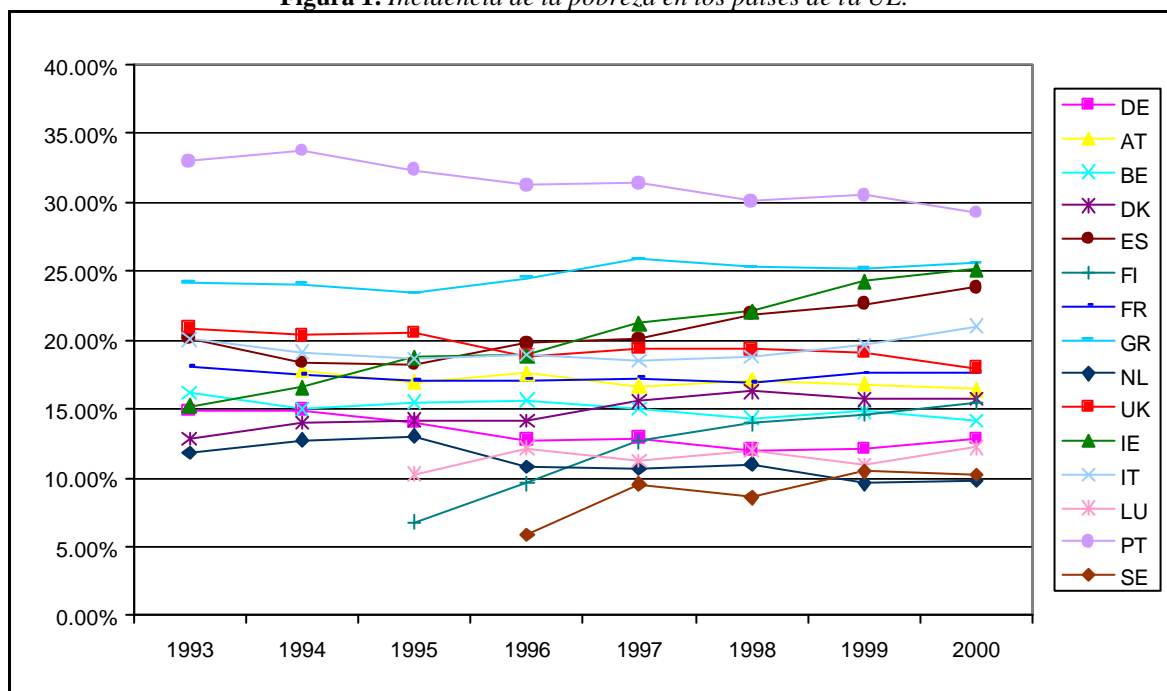
Para analizar la incidencia de la pobreza, se ha utilizado la proporción de pobres en cada entidad territorial, considerando como umbral de pobreza el 60% del ingreso *per capita* mediano, como ya se ha comentado anteriormente. En la Tabla 1 y en la Figura 1, se presentan los datos relativos a la incidencia de la pobreza, a partir de los datos muestrales contenidos en el PHOGUE.

**Tabla 1: Incidencia de la pobreza en los países de la EU.**

PAÍS	AÑO							
	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
DE	0.1485	0.1490	0.1400	0.1272	0.1290	0.1201	0.1210	0.1284
AT	-	0.1782	0.1698	0.1760	0.1667	0.1709	0.1680	0.1641
BE	0.1618	0.1499	0.1551	0.1563	0.1502	0.1431	0.1482	0.1413
DK	0.1285	0.1398	0.1420	0.1416	0.1557	0.1630	0.1571	0.1575
ES	0.2013	0.1836	0.1825	0.1978	0.2006	0.2186	0.2264	0.2384
FI	-	-	0.0679	0.0960	0.1261	0.1396	0.1464	0.1545
FR	0.1809	0.1749	0.1704	0.1711	0.1722	0.1689	0.1757	0.1762
GR	0.2416	0.2405	0.2338	0.2450	0.2587	0.2528	0.2517	0.2557
NL	0.1181	0.1277	0.1303	0.1078	0.1067	0.1100	0.0961	0.0985
UK	0.2087	0.2034	0.2052	0.1886	0.1936	0.1933	0.1909	0.1797
IE	0.1523	0.1656	0.1874	0.1888	0.2123	0.2209	0.2428	0.2516
IT	0.2003	0.1913	0.1866	0.1895	0.1849	0.1881	0.1964	0.2101
LU	-	-	0.1028	0.1218	0.1123	0.1200	0.1087	0.1223
PT	0.3301	0.3374	0.3233	0.3124	0.3140	0.3008	0.3053	0.2925
SE	-	-	-	0.0588	0.0956	0.0858	0.1048	0.1023

Fuente: *Elaboración propia.*

**Figura 1: Incidencia de la pobreza en los países de la UE.**



Cabe destacar que Suecia es el país que menos porcentaje de pobres presenta en la Unión Europea, aunque se observa una tendencia creciente, que se estabiliza entre el año 1997 y el año 2000. En cambio, Portugal tiene, en todos los períodos, los niveles más altos de pobreza, aunque con una ligera, pero constante, disminución a lo largo del período.

Para el resto de los países, se puede decir, en general, que se observa un aumento de la incidencia de la pobreza en Irlanda, Grecia, España, Dinamarca e Italia (que muestran trayectorias ascendentes en la Figura 1) y disminuye en Holanda, Alemania, Bélgica y Reino Unido.

#### 4.2. Análisis de los esquemas de ponderación de los indicadores sintéticos de pobreza construidos.

Una vez obtenidos los indicadores de pobreza en cada instante temporal y cada unidad territorial, se obtiene el correspondiente esquema de ponderaciones para calcular los índices sintéticos transversales basados en el ACP (véase ecuación 2), tal y como se presentan en la Tabla 2, para cada oleada.

**Tabla 2:** Esquemas de ponderación para el cálculo de los índices sintéticos de pobreza transversales basados en la primera componente principal.

Índices de Pobreza	Ola 1 1993	Ola 2 1994	Ola 3 1995	Ola 4 1996	Ola 5 1997	Ola 6 1998	Ola 7 1999	Ola 8 2000
SEN	0.1006	0.0956	0.0938	0.1027	0.0890	0.0870	0.0821	0.0877
THON	0.0759	0.0745	0.0725	0.0639	0.0691	0.0662	0.0625	0.0680
FGT2	0.2015	0.2064	0.2081	0.2344	0.2101	0.2157	0.2163	0.2463
FGT3	0.2747	0.2752	0.2816	0.2186	0.2978	0.3019	0.3221	0.3666
EXP	0.1598	0.1580	0.1551	0.1674	0.1480	0.1426	0.1362	0.1485
CHACK075	0.1876	0.1903	0.1889	0.2130	0.1860	0.1867	0.1808	0.2012

Fuente: *Elaboración propia.*

A pesar de que la estructura de ponderaciones de cada año parece muy estable a lo largo del tiempo, el contraste M de Box, cuyos resultados se presentan en la Tabla 3, sugiere el rechazo de la hipótesis nula de igualdad de matrices de correlación y, por lo tanto, se hace necesaria la aplicación, en este caso, de la técnica del Análisis del Espacio Común, como ya se expuso en la metodología, para el cálculo del indicador sintético que permita hacer comparaciones longitudinales.

**Tabla 3: Resultados del Contraste M-Box.**

M de Box		357,992
F	Aprox.	2,848
	gl1	105
	gl2	12381,046
	Sig.	,000

Una vez aplicado el método basado en el Análisis del Espacio Común, se obtiene el siguiente indicador sintético dinámico de pobreza, como combinación lineal convexa de los indicadores que forman la batería seleccionada, utilizando el autovector resultante de aplicar la técnica ya reseñada:

$$Z^*(r, t) = 0,0953 \text{ SEN}(r, t) + 0,0701 \text{ THON}(r, t) + 0,2124 \text{ FGT2}(r, t) + 0,2722 \text{ FGT3}(r, t) + 0,1564 \text{ EXP}(r, t) + 0,1927 \text{ CHACK075}(r, t).$$

La estructura de las ponderaciones del indicador sintético global depende, por su construcción (véase ecuación 3), de las desviaciones típicas de los índices simples de partida. En la Tabla 4, se presentan las desviaciones típicas muestrales de los índices de pobreza simples, considerando todos los casos conjuntamente, independientemente del momento temporal de referencia.

**Tabla 4: Desviaciones típicas de los indicadores de pobreza.**

<b>Índices de Pobreza</b>	<b>Desviación Típica (s)</b>
SEN	0.024339
THON	0.032279
FGT2	0.010932
FGT3	0.007958
EXP	0.014824
CHAK075	0.012157

Fuente: *Elaboración propia.*

Se puede comprobar que cuanto menor es la desviación típica del indicador simple, mayor es su ponderación en el indicador sintético global. Concretamente, la desviación típica del índice Foster, Greer y Thorbecke de orden 3 es la más pequeña de todas, lo cual hace que su participación en el índice sea la mayor, seguida del índice de Foster, Greer y Thorbecke de orden 2, y del índice de Chackravarty de orden 0.75. Por otra parte, el índice que mayor

dispersión tiene es el índice de Thon, cuya participación en el indicador sintético es la menor, únicamente un 7%.

A continuación, se estudia la sensibilidad del indicador longitudinal con respecto a los indicadores seleccionados para su construcción. Para ello, se estudia la estructura de las ponderaciones, eliminando en cada caso un indicador, como puede verse entre las Tablas 5 y 10. La variación porcentual que experimentan las ponderaciones que presentan los indicadores simples en cada caso, es bastante similar entre sí, debido a que absorben por igual la participación que tenía en el indicador sintético el indicador simple que se ha eliminado, manteniendo la importancia relativa que tiene cada uno de ellos en el indicador sintético.

**Tabla 5:** Variación porcentual de la ponderación relativa de cada indicador simple en el sintético, eliminando el índice de Chackravarty de orden 0.75.

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	COMÚN
<b>SEN</b>	0.2307	0.2347	0.2327	0.2715	0.2286	0.2288	0.2195	0.2178	0.2385
<b>THON</b>	0.2306	0.2345	0.2324	0.2645	0.2282	0.2282	0.2192	0.2172	0.2371
<b>FGT2</b>	0.2309	0.2349	0.2329	0.2676	0.2284	0.2295	0.2206	0.2192	0.2383
<b>FGT3</b>	0.2312	0.2356	0.2335	0.2778	0.2288	0.2307	0.2220	0.2212	0.2400
<b>EXP</b>	0.2305	0.2343	0.2323	0.2677	0.2281	0.2282	0.2191	0.2172	0.2377

Fuente: *Elaboración propia.*

**Tabla 6:** Variación porcentual de la ponderación relativa de cada indicador simple en el sintético, eliminando el índice Exponencial.

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	COMÚN
<b>SEN</b>	0.1870	0.1812	0.1777	0.1967	0.1666	0.1542	0.1487	0.1430	0.1784
<b>THON</b>	0.1862	0.1796	0.1758	0.1665	0.1652	0.1521	0.1475	0.1414	0.1734
<b>FGT2</b>	0.1902	0.1878	0.1840	0.1887	0.1743	0.1668	0.1575	0.1524	0.1843
<b>FGT3</b>	0.1935	0.1947	0.1895	0.2377	0.1799	0.1770	0.1651	0.1618	0.1954
<b>CHACK075</b>	0.1883	0.1840	0.1800	0.1893	0.1699	0.1593	0.1521	0.1464	0.1803

Fuente: *Elaboración propia.*

**Tabla 7:** Variación porcentual de la ponderación relativa de cada indicador simple en el sintético, eliminando el índice Foster, Greer y Thorbecke de orden 3.

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	COMÚN
<b>SEN</b>	0.3809	0.3845	0.3967	0.2474	0.4325	0.4450	0.4848	0.4985	0.3756
<b>THON</b>	0.3828	0.3883	0.4006	0.3331	0.4350	0.4495	0.4878	0.5022	0.3900
<b>FGT2</b>	0.3737	0.3695	0.3821	0.2780	0.4116	0.4131	0.4607	0.4719	0.3629
<b>EXP</b>	0.3829	0.3882	0.4001	0.2914	0.4330	0.4474	0.4866	0.5008	0.3836
<b>CHACK075</b>	0.3779	0.3781	0.3909	0.2720	0.4227	0.4314	0.4750	0.4880	0.3718

Fuente: *Elaboración propia.*

**Tabla 8:** Variación porcentual de la ponderación relativa de cada indicador simple en el sintético, eliminando el índice Foster, Greer y Thorbecke de orden 2.

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	COMÚN
SEN	0.2540	0.2641	0.2670	0.3113	0.2729	0.2860	0.2840	0.2913	0.2756
THON	0.2545	0.2652	0.2684	0.2875	0.2736	0.2874	0.2847	0.2921	0.2734
FGT3	0.2493	0.2534	0.2560	0.3222	0.2576	0.2610	0.2668	0.2725	0.2632
EXP	0.2546	0.2650	0.2679	0.2984	0.2726	0.2863	0.2842	0.2916	0.2746
CHACK075	0.2529	0.2614	0.2642	0.2990	0.2682	0.2794	0.2797	0.2870	0.2709

Fuente: *Elaboración propia.*

**Tabla 9:** Variación porcentual de la ponderación relativa de cada indicador simple en el sintético, eliminando el índice de Thon.

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	COMÚN
SEN	0.0798	0.0752	0.0729	0.0673	0.0669	0.0593	0.0583	0.0553	0.0700
FGT2	0.0825	0.0814	0.0794	0.0430	0.0755	0.0725	0.0673	0.0649	0.0739
FGT3	0.0854	0.0876	0.0844	0.1413	0.0815	0.0827	0.0747	0.0743	0.0911
EXP	0.0789	0.0737	0.0715	0.0346	0.0665	0.0582	0.0577	0.0544	0.0651
CHACK075	0.0808	0.0778	0.0755	0.0482	0.0708	0.0648	0.0620	0.0590	0.0706

Fuente: *Elaboración propia.*

**Tabla 10:** Variación porcentual de la ponderación relativa de cada indicador simple en el sintético, eliminando el índice de Sen.

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	COMÚN
THON	0.1098	0.1009	0.0989	0.1403	0.0905	0.0843	0.0815	0.0762	0.1029
FGT2	0.1122	0.1064	0.1044	0.1275	0.0988	0.0967	0.0901	0.0854	0.1079
FGT3	0.1141	0.1104	0.1075	0.0796	0.1034	0.1044	0.0959	0.0925	0.1072
EXP	0.1097	0.1010	0.0993	0.1241	0.0914	0.0851	0.0820	0.0767	0.1015
CHACK075	0.1110	0.1038	0.1018	0.1205	0.0949	0.0904	0.0856	0.0805	0.1039

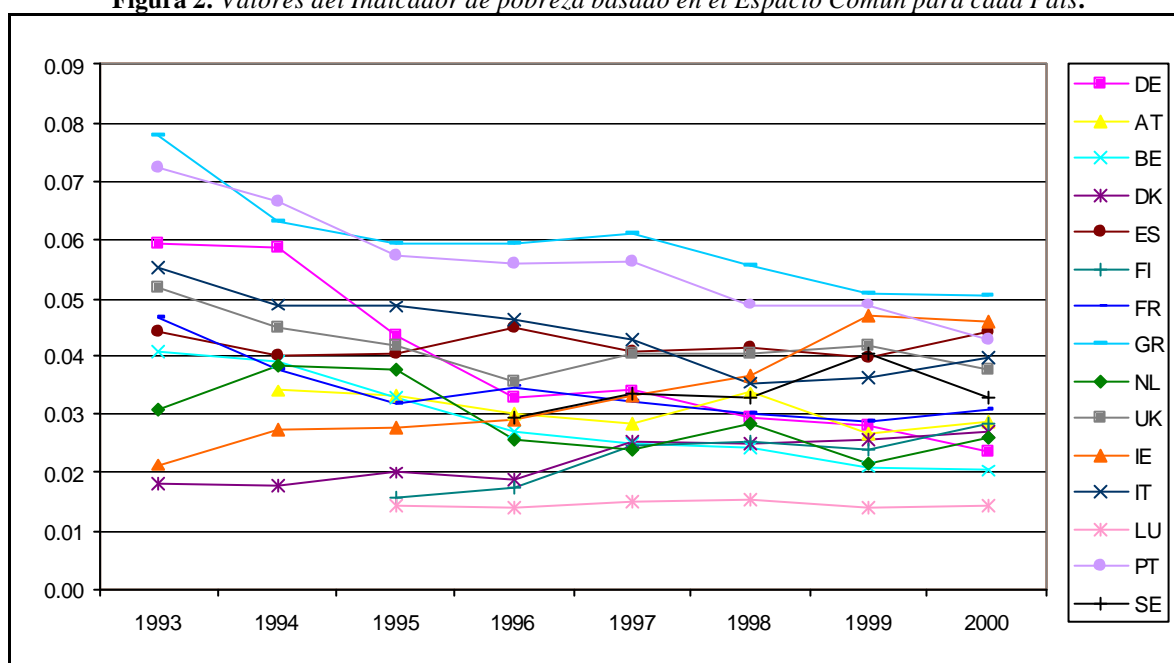
Fuente: *Elaboración propia.*

Si se consideran conjuntamente las Tablas 5 a 10, se puede apreciar que el año en el que existe una mayor disparidad en cuanto a la estabilidad de las ponderaciones del indicador sintético es 1996. Se ha comprobado que, si se elimina esa oleada del estudio, al realizar el contraste M de Box, no se puede rechazar la hipótesis nula de igualdad de las matrices de correlación, en ninguno de los casos restantes. A simple vista, se aprecia que la estructura de correlaciones entre los indicadores simples, en este año, es diferente a las demás, lo cual produce estas variaciones, en cuanto al comportamiento general de los índices simples de pobreza, en los indicadores sintéticos resultantes.

### 4.3. Comparación de la tendencia de la pobreza entre los países de la Unión Europea.

En este apartado, se van a analizar los aspectos ligados a la intensidad de la pobreza en la Unión Europea. Utilizando el indicador sintético dinámico, cuyos coeficientes no dependen del tiempo, se obtienen, como se muestra en la Figura 2, las trayectorias del indicador sintético para todos los casos comentados al efectuar el análisis dinámico de la intensidad de la pobreza.

**Figura 2:** Valores del Indicador de pobreza basado en el Espacio Común para cada País.



Se aprecia claramente que Luxemburgo es el país que menos intensidad de pobreza presenta en todas las oleadas. Además, se observa que Grecia, Portugal, Alemania y Bélgica presentan trayectorias descendentes, mientras que Finlandia, Suecia, Irlanda y Dinamarca tienen una tendencia no decreciente. En el caso concreto de España, la intensidad de la pobreza mantiene un movimiento oscilatorio, aunque con respecto a la primera oleada, relativa al año 1993, la intensidad es menor en el año 2000. Este mismo comportamiento se presenta en Austria, Holanda y Francia.

De acuerdo con la evolución temporal que presenta el indicador sintético de pobreza basado en la Técnica del Espacio Común, se ha utilizado un método de clasificación para analizar la estructura de grupos en los datos<sup>11</sup>, desde la oleada 4 hasta la oleada 8 (la omisión de las tres primeras oleadas es necesaria porque Austria, Finlandia y Suecia no estaban incluidos en el PHOGUE, no siendo, de este modo, comparables).

Se pueden encontrar los cinco grupos siguientes:

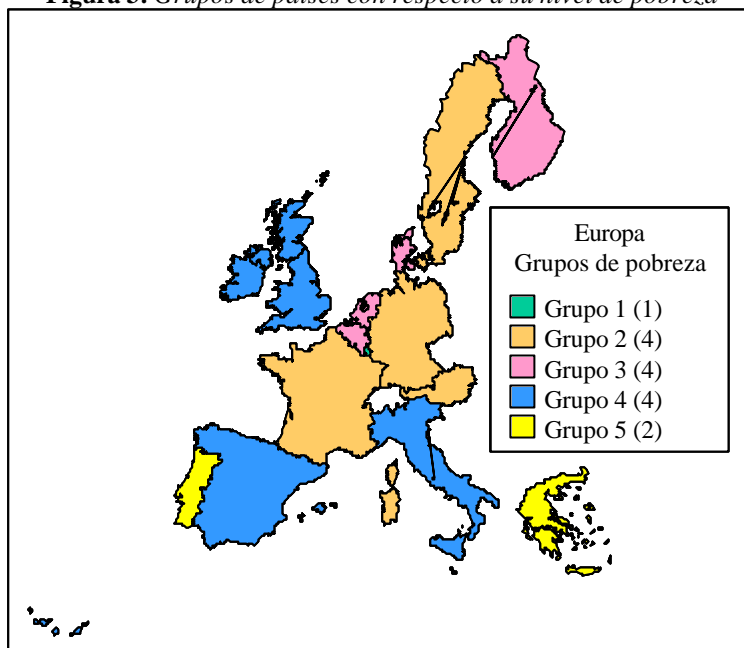
- El primer grupo incluye sólo a Luxemburgo. Este país presenta los niveles más bajos de intensidad de pobreza en la Unión Europea.
- El segundo grupo comprende a Finlandia, Dinamarca, Holanda y Bélgica, que son países cuyos niveles de pobreza en la octava oleada son muy parecidos.
- El tercer grupo está formado por Austria, Francia, Alemania y Suecia. Estos países presentan intensidades de pobreza muy parecidas en la cuarta oleada, produciéndose grandes discrepancias en la octava.
- En el grupo cuarto, se encuentran España, Italia, Reino Unido e Irlanda. Hay que destacar la tendencia creciente de los niveles de pobreza en Irlanda, mientras que en el resto se presentan movimientos oscilatorios.
- Finalmente, el quinto grupo, compuesto por Grecia y Portugal, presenta los niveles del indicador de pobreza más altos de la Unión Europea, aunque en clara disminución a lo largo del período analizado.

La clasificación realizada se ha representado en el mapa que se muestra en la Figura 3.

---

<sup>11</sup> Se ha usado el método de aglomeración del centroide en el análisis de conglomerados jerárquico, tomando como matriz de discrepancias la determinada por la distancia euclídea al cuadrado.

**Figura 3:** Grupos de países con respecto a su nivel de pobreza



## 5. Conclusiones.

En este trabajo, se ha utilizado una medida sintética de intensidad de pobreza, basada en una batería de seis índices de pobreza, que verifican un conjunto de buenas propiedades. La principal ventaja de la metodología expuesta es que es posible evaluar la pobreza entre países, no sólo en el mismo período de tiempo, sino también en un sentido longitudinal. Para calcular el indicador sintético de pobreza, se ha comprobado que las matrices de correlaciones entre los índices simples, en cada momento de referencia, no se pueden considerar idénticas, y por tanto se ha utilizado una adaptación del Análisis del Espacio Común de Krzanowski para la obtención de este indicador sintético longitudinal.

En el análisis de sensibilidad que se ha llevado a cabo, se ha identificado el año 1996 como el período en el que la estructura de correlaciones entre los índices de pobreza es diferente a las demás. En este sentido, se comprueba que al eliminar uno cualquiera de los índices simples, la importancia relativa del mismo no se reparte de forma uniforme entre los restantes en el indicador sintético resultante. En el resto de los períodos, así como en el indicador sintético resultante, se comprueba que los índices simples mantienen su importancia

relativa en el indicador sintético que, en último extremo depende de la dispersión de cada indicador en sentido inverso. En efecto, la ganancia experimentada en su ponderación resulta ser muy similar para todos, y su cuantía depende de la importancia que tiene el índice simple que se elimina.

Se pueden extraer las siguientes conclusiones generales sobre los resultados empíricos: en primer lugar, las tendencias generales en pobreza muestran una ligera convergencia de todos los países en la Unión Europea. En segundo lugar, los países nórdicos exhiben un incremento moderado de sus niveles de pobreza, pero manteniéndose en la banda inferior, mientras que Portugal y Grecia permanecen en la banda superior. Luxemburgo es el país que presenta los niveles de pobreza más bajos de toda la Unión Europea. El resto de los países están situados en la franja intermedia, presentando diferentes modelos de tendencia.

Para finalizar, se ha llevado a cabo la clasificación de los países de Europa en cinco grupos, de acuerdo a sus niveles de pobreza, medidos usando el indicador sintético de intensidad.

## **6. Bibliografía.**

- ATKINSON, A.B. (1987)** “On the measurement of poverty”. *Econometrica*, 55(4), 749-764.
- AYALA, L.; NAVARRO, C. (2004)** “Multidimensional indices of housing deprivation with application to Spain”. *Papeles de Trabajo nº 12/04*. Instituto de Estudios Fiscales.
- AYALA, L.; RODRÍGUEZ, M. (2004)** “La probabilidad de reentrada en los programas asistenciales: ¿Cómo contribuye el primer episodio?”. *VII Encuentro de Economía Aplicada*. Vigo. [Disponible en <http://www.revecap.com/viieea/autores/A/38.pdf>].
- BANE, M. J.; ELLWOOD, D. T. (1986)** “Slipping in and out of poverty: The dynamics of spells”. *Journal of Human Resources*, 21 (1), 1-23.
- BÁRCENA, E.; FERNÁNDEZ, A.; LACOMBA, B.; MARTÍN, G. (2004)** “Dinámica de la pobreza a corto plazo en España y Reino Unido a través de los datos del Panel de Hogares Europeo”. *Estadística Española*, 46, 157, 461-488.

- BRANDOLINI, A.; D’ALESSIO, G. (2000)** “Measuring well-being in the functionings space”. *26<sup>th</sup> General Conference of the International Association for Research in Income and Wealth (IARIW)*. Cracovia.
- BUHMANN, B.; RAINWATER, L.; SCHMAUS, G.; SMEEDING, T.M. (1988)** “Equivalence Scales, Well-Being, Inequality and Poverty: Sensitivity estimates across ten countries using the Luxembourg Income Study (LIS) Database”. *Review of Income and Wealth*, 42, 381-399.
- BURKHAUSER, R.V.; SMEEDING, T.M.; MERZ, J. (1996)** “Relative inequality and poverty in Germany and the United States using alternative equivalence scales”. *Review of Income and Wealth*, 42, 381-399.
- CANTÓ, O.; DEL RÍO, C.; GRADÍN, C. (2000)** “La situación de los estudios sobre pobreza y desigualdad en España”. *Cuadernos de Gobierno y Administración*, 2, 25-94.
- CANTÓ, O.; DEL RÍO, C.; GRADÍN, C. (2003)**. “La evolución de la pobreza estática y dinámica en España en el período 1985-1995”. *Hacienda Pública Española / Revista de Economía Pública*, 167 (4), 87-119.
- CANTÓ, O.; DEL RÍO, C.; GRADÍN, C. (2004)** “Inequality, poverty and mobility: Choosing income or consumption as welfare indicators”. *VII Encuentro de Economía Aplicada*. Vigo. [Disponible en <http://www.revecap.com/viieea/autores/C/53.pdf>].
- CASAS, J. M.; DOMÍNGUEZ, J.; NÚÑEZ, J. J. (2001)** “Sobre la utilización de las escalas de equivalencia en el estudio de la desigualdad y la pobreza. El caso de España”. Ponencia. En *Anales de Economía Aplicada*. XV Reunión Anual de ASEPELT-España. La Coruña. Publicación en CD-ROM.
- CASAS, J.M.; DOMÍNGUEZ, J.; NÚÑEZ, J.J. (2003)** “La pobreza en España: Estudio a partir de curvas I.I.D. y su sensibilidad frente a escalas de equivalencia”. Publicado en *Información económica y técnicas de análisis en el siglo XXI* (Casas, J.M. y Pulido, A., coords.). Ed. INE. Madrid, 161-173.
- COULTER, F.; COWELL, F.; JENKINS, S.P. (1992)** “Equivalence Scale relativities and the extent of Inequality and Poverty”, *Economic Journal*, 102, 1067-1082.
- DOMÍNGUEZ, J. (2003)** *Análisis dinámico de la pobreza y la estructura de los hogares*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- DOMÍNGUEZ, J.; NÚÑEZ, J.J.; RIVERA, L.F. (2002)** “Una perspectiva dinámica del análisis de la desigualdad en España, a través de escalas de equivalencia”. *XVI Reunión Anual de ASEPELT-España*. Publicación en CD-ROM. Mc-Graw-Hill. Madrid.

- DOMÍNGUEZ, J.; NÚÑEZ, J.J.; RIVERA, L.F. (2004)** “Evolución de la desigualdad y la pobreza en España, mediante indicadores sintéticos, a partir de la estructura de covarianza de indicadores simples. El caso de las Comunidades Autónomas de Galicia y Castilla-La Mancha (1997-2000)”. VII Encuentro de Economía Aplicada. Vigo, Spain. [Disponible en <http://www.revecap.com/viieea/autores/D/123.doc>]
- DUCLOS, J.-Y.; MERCADER-PRATS, M. (1999)** "Household needs and poverty: with application to Spain and the U.K.". *Review of Income and Wealth*, 45, 1, 77-98.
- FOSTER, J.E. (1984)** “On economic poverty: A survey of aggregated measures”. *Advances in Econometrics*, 3, 212-251.
- FOSTER, J.E.; SEN, A. (1997)** *On Economics Inequality. Expanded Edition: Annexe.* Clarendon Paperbacks. Oxford.
- FOSTER, J.E.; SHORROCKS, A.F. (1988a)** “Poverty orderings”. *Econometrica*, 56 (1), 173-177.
- FOSTER, J.E.; SHORROCKS, A.F. (1988b)** “Poverty orderings and welfare dominance”. *Social Choice*, 5, 179-198.
- GARCÍA, C.; NÚÑEZ, J.J.; RIVERA, L.F.; ZAMORA, A.I. (2002)** “Análisis comparativo de la desigualdad a partir de una batería de indicadores. El caso de las Comunidades Autónomas españolas en el período 1973-1991”. *Estudios de Economía Aplicada*, 20(I), 137-154.
- HAGENAARS, A.J.M. (1986)** *The perception of poverty.* North Holland. Amsterdam.
- HAGENAARS, A.J.M.; VAN PRAAG, B. (1985)** “A synthesis of poverty line definitions”. *Review of Income and Wealth*, 31, 139-154.
- JENKINS, S.P.; LAMBERT, P.J. (1997)** "Three I's of poverty curves, with an analysis of UK poverty trends". *Oxford Economic Papers*, 49, 317-327.
- KRZANOWSKI, W.J. (1979)** “Between-groups comparison of principal components”. *Journal of the American Statistical Association*, 74, 703-707. Correction note (1981), 76, 1022.
- KRZANOWSKI, W.J. (1982)** “Between-groups comparison of principal components – some sampling results”. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 15, 141-154.
- LADERCHI, C.R. (1997)** “Poverty and its many dimensions: The role of income as an indicator”. *Oxford Development Studies*, 25 (3), 345-360.
- MARTÍNEZ, R.; RUÍZ-HUERTA, J. (2000)** “Income, multiple deprivation and poverty: An empirical analysis using Spanish data”. 26<sup>th</sup> *General Conference of the International Association for Research in Income and Wealth (IARIW)*. Cracovia.

- NÚÑEZ, J. J. (1990)** “Una clase de índices estadísticos de pobreza”. *Actas de las XV Jornadas Luso-Españolas de Matemáticas*. Vol. IV, 313-319. Évora (Portugal).
- NÚÑEZ, J.J.; RIVERA, L.F. (2003)** “La evolución de los sistemas de indicadores sociales”. Publicado en *Información económica y técnicas de análisis en el siglo XXI* (Casas, J.M. y Pulido, A., coords.). Ed. INE. Madrid, 137-149.
- OCDE (1982)** *The OECD list of social indicators*. París.1982.
- OLIVER, J.; RAMOS, X.; RAYMOND, J.L. (2001)** “La mejora en la distribución de la renta en España, 1985-1996. Un análisis de robustez”. En *Desigualdad, redistribución y bienestar: Una aproximación a partir de la microsimulación de reformas fiscales*. (Labeaga, J.M. y Mercader-Prats, M., coords.), págs. 355-372. Estudios de Hacienda Pública. Instituto de Estudios Fiscales. Madrid.
- PEÑA, D. (2002)** *Análisis de datos multivariantes*. McGraw-Hill. Madrid.
- PERACCHI, F. (2002)** “The European Community Household Panel: A review”. *Empirical Economics*, 27, 63-90.
- PÉREZ MAYO, J.; FAJARDO, M. A. (2003)** “Un método alternativo para identificar los hogares en situación de pobreza”. *Estadística Española*, 45, 152, 115-134.
- RENCHER, A.C. (1995)** *Methods of multivariate analysis*. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics. Wiley Interscience. New York.
- RIVERA, L.F. (2004)** “Análisis de indicadores sociales: Aplicación al caso español”. *Tesis Doctoral*. Universidad de Alcalá.
- RUÍZ-CASTILLO, J. (1987)** *La medición de la pobreza y la desigualdad en España 1980-81*. Banco de España. Estudios Económicos, 42, Madrid.
- SEN, A.K. (1973)** *On economic inequality*. Clarendon Press. Paperbacks. Oxford.
- SEN, A.K. (1976)** “Poverty: An ordinal approach to measurement”. *Econometrica*, 44, 219-31.
- SEN, A.K. (1983)** “Poor, relatively speaking”. *Oxford Economic Papers*, 35 (2), 153-169.
- SEN, A.K. (1985)** “A sociological approach to the measurement of poverty: A reply to Professor Townsend”. *Oxford Economic Papers*, 37 (4), 669-676.
- SUBRAMANIAN, S. (2004)** “Indicators of inequality and poverty”. *WIDER Research Paper 2004/25*. United Nations.
- TINBERGEN, J. (1991)** “On the measurement of welfare”. *J. of Econometrics*, 50, pp. 7-13.
- TOWNSEND, P. (1985)** “A sociological approach to the measurement of poverty: A rejoinder to Prof. Amartya Sen”. *Oxford Economic Papers*, 37 (4), 659-668.