EFECTOS DE VINCULAR LA PENSIÓN PÚBLICA A LA INVERSIÓN EN CANTIDAD Y CALIDAD DE HIJOS EN UN MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL

MENEU GAYA, ROBERT
Departamento de Matemática Economica-empresarial
Universidad de Valencia
correo-e: Robert.Meneu@uv.es

ABSTRACT

El artículo investiga los efectos sobre las principales variables económicas y sobre la cantidad y calidad de hijos que cabría esperar si en el cálculo de la pensión pública de jubilación se incorpora bien el número de hijos o bien el gasto en educación de los hijos. El modelo de equilibrio de base esta formado por un entorno demográfico de generaciones solapadas de tres periodos, por consumidores representativos que maximizan su utilidad, por un solo sector productivo con función de producción de rendimientos constantes a escala cuyos inputs son el capital físico y el capital humano, por empresas competitivas y por un sector público que gestiona un sistema de pensiones de reparto. El artículo compara las soluciones bajo tres supuestos: con una pensión pública exógena a la decisión del individuo, con una pensión pública que depende del número de hijos y con una pensión pública que depende del gasto en educación de los hijos. Para cada modelo se analiza el estado estacionario y la dinámica del equilibrio bajo formas funcionales habituales y se resuelve numéricamente con valores de los parámetros razonables. Los resultados muestran que incorporar únicamente la cantidad de hijos no supone mejoras de bienestar ya que, si bien a corto plazo aumenta el número de hijos, la inversión en su educación es menor tanto a corto como a largo plazo, implicando menor consumo y pérdida de bienestar. Sin embargo, si se vincula la pensión al gasto educativo hay efectos positivos y duraderos sobre el bienestar de todas las generaciones excepto la primera tras la reforma.

PALABRAS CLAVE: Crecimiento endógeno, Seguridad Social, Capital Humano, Fertilidad.

1.- Introducción

El artículo investiga los efectos económicos y sobre la cantidad y calidad de los hijos de vincular la una pensión pública al número de hijos o al gasto en su educación. El objetivo último es la convicción que la cantidad y/o calidad de los hijos son una fuente de crecimiento económico. La justificación de esta medida es que los ingresos futuros de un sistema de seguridad social de reparto dependen de las cotizaciones de los futuros trabajadores, los cuales nacen, son alimentados y educados por la generación actual. Así pues, tener hijos y darles educación para que sean más productivos se puede considerar como una aportación más al sistema de pensiones lo que podría justificar que la pensión de jubilación lo tuviera en cuenta. Esta idea se encuentra en Sinn (1997); Abío y Patxot (1999, 2005); Abío y otros (2003), quienes definen a este sistema como "sistema de reparto vinculado a la fertilidad" o *PAYG pension system with fertility link*; y en Meier y Wrede (2005), donde la pensión queda vinculada a la fertilidad y a la educación.

Para analizar los efectos macroeconómicos de estas propuestas se utiliza un modelo de equilibrio con demografía de generaciones solapadas, con seguridad social y con fertilidad y educación endógenas. Esta propuesta es interesante a nivel teórico, pero habría que adaptarla para trasladarla a la realidad, ya que la educación en economías desarrolladas recae sobre toda la sociedad en forma de impuestos, incluidos los de aquellos que no tienen hijos. En consecuencia, habría que transformar esos impuestos en equivalente de gasto educativo para tenerlos en cuenta al calcular la pensión, algo impensable a nivel microeconómico.

Entre la abundante literatura a nivel teórico se puede citar a Becker y otros (1990) donde la fertilidad es endógena y la calidad de los hijos viene representada por el tiempo gastado por los padres en la educación de los hijos, aunque sin seguridad social. El mismo tratamiento para las variables se da en Morand (1999), donde se añade al anterior análisis una variable de transferencia a los padres como sustitutivo de la seguridad social y en Kalemli-Ozcan (2003) donde se extiende al caso de incertidumbre sobre la mortalidad infantil. En trabajos como Pecchenino y Utendorf (1999), Boucekkine y otros (2002) y López Díaz y Ridruejo (2003), se contempla la Seguridad Social y de una u otra manera, la variable de nivel educativo, pero en todos ellos la fertilidad es exógena. En cuanto a la interrelación entre seguridad social y fertilidad se puede destacar a Cigno (1993), que trata a los hijos como una forma de inversión, Blackburn y Cipriani (1998), Wigger (1999), Zhang y Zhang (2001) y Van Groezen y otros (2003). Abío y Patxot (1999) o Abío y otros (2003) no incluyen la calidad de los hijos aunque el análisis se enriquece introduciendo una estructura demográfica más completa en el primer caso y tomando como endógena la oferta de trabajo femenino en el segundo. Meier y Wrede (2005) sí que consideran endógenas la cantidad y la calidad de hijos aunque su modelo se refiere a una Economía pequeña y abierta, con tipos de interés y salarios exógenos y sin efectos macroeconómicos.

En cuanto a estudios empíricos, se puede citar a Barro y Sala-i-Martín (1995), quienes muestran que en la explicación del crecimiento del PIB per cápita, el gasto público en educación sobre el PIB entra de forma positiva y significativa, mientras que el coeficiente de la tasa total de fertilidad es negativo y significativo. Cigno y otros (2000) incluyen variables relacionadas con la seguridad social y prestaciones por hijos, para obtener relaciones a largo plazo entre estas variables, la tasa de fertilidad, los salarios, la tasa de ahorro y los tipos de interés; obteniendo que la fertilidad debe considerarse variable endógena y que la cobertura de la seguridad social afecta negativamente a la fertilidad, dando consistencia al modelo de Cigno (1993) que considera a los hijos bienes de inversión. Hondroyiannis y Papapetrou (2002 y 2005) encuentran cointegración entre variables económicas y demográficas en varios paises de europa con una relación positiva entre el PIB per cápita y la fertilidad (efecto renta positivo para la demanda de hijos) y una relación negativa entre los salarios y la fertilidad (efecto sustitución de los salarios). McNown (2003) y McNown y Rajbhandary (2003) realizan estudios similares para Estados Unidos.

Este trabajo se organiza en cuatro partes. En primer lugar se describe el modelo teórico que representa a la Economía, se obtienen las ecuaciones de equilibrio con funciones genéricas y se resuelven analíticamente asumiendo formas funcionales habituales en la literatura. En las secciones 3 y 4 se modifica este modelo básico haciendo depender la pensión de jubilación del número de hijos en primer lugar y del gasto educativo en segundo lugar. Los resultados obtenidos se comparan entre sí y con los del modelo básico. En la sección 5 se calibra el modelo con valores razonables para los parámetros y se cuantifica el valor de las variables bajo los tres modelos. También se incorpora análisis de sensibilidad y de la estabilidad dinámica del equilibrio. La última sección se dedica a las conclusiones.

2.- El modelo de partida

Demografía

El modelo demográfico es de generaciones solapadas, Samuelson (1958) y Diamond (1965). Se supone que en cada periodo viven tres generaciones y, por tanto, que cada cohorte vive un máximo de tres periodos. Las variables demográficas son L_t^0 (Número de niños en el periodo t), L_t^1 (Número de adultos en el periodo t) y L_t^2 (Número de viejos en el periodo t). La relación entre ellas viene dada a través de n_t, número de hijos por adulto en el periodo t (variable de decisión) y de p, probabilidad de supervivencia (parámetro). Así pues:

$$L_t^0 = n_t L_t^1 \qquad L_t^1 = L_{t-1}^0 \qquad L_t^2 = p \; L_{t-1}^1$$

Comportamiento del consumidor representativo

Los individuos toman decisiones cuando son adultos. Ellos disponen de una unidad de tiempo y de unidades de capital humano (nivel de educación) obtenidas en la primera etapa de su vida, que ofrecen a las empresas a cambio de un salario. Deben decidir el número de hijos y cómo distribuyen los ingresos de su salario neto (tras descontar la cotización a la seguridad social y la alimentación de los hijos) entre consumo propio, ahorro y educación de sus hijos; según su función de utilidad y restricciones. La función de utilidad del consumidor representativo que es adulto en un periodo t depende del consumo propio en ese periodo (c_t), del consumo cuando es viejo (d_{t+1}), del número de hijos (n_t) y del gasto en educación de cada hijo (e_t). Dicha función, con los supuestos habituales de separabilidad y aditividad es:

$$U(c_t, d_{t+1}, n_t, e_t) = u(c_t) + bpu(d_{t+1}) + a(n_t)n_t u(e_t) \qquad [1]$$

El parámetro $b > 0$ indica la preferencia temporal en el consumo, mientras que $a(n_t)$ es el grado de altruismo por hijo y es decreciente con el número de hijos, $a'(n_t) < 0$, de acuerdo con Becker y otros (1990). El hecho que la educación de los hijos proporcione utilidad a los padres se deriva en este modelo de un motivo altruista intergeneracional.

Este individuo representativo es racional y maximizará su función de utilidad teniendo en cuenta sus restricciones presupuestarias, que son:

$$c_t = w_t h(e_{t-1})(1 - t - bn_t^s) - n_t e_t - s_t \qquad [2a]$$

$$d_{t+1} = s_t \frac{1 + r_{t+1}}{p} + m_{t+1} \qquad [2b]$$

$$c_t, d_{t+1}, s_t, e_t, n_t \geq 0 .$$

En [2a], el individuo distribuye su salario bruto en mantener a sus hijos (una fracción creciente pero cada vez menos con el número de hijos $b \in]0,1[$ y $s \in]0,1[$), cotizar a la seguridad social ($t \in [0,1[$ es el tipo de cotización), educar a sus hijos, ahorrar para la vejez (s_t) y en consumo propio. Para ello, w_t es el salario por unidad de capital humano y $h(e_{t-1})$ es el número de unidades de capital humano que tiene cada individuo (según el gasto educativo que realizaron sus padres).

En [2b], el consumo en la vejez será igual al ahorro de su anterior etapa más los intereses equivalentes desde un punto de vista financiero-actuarial (r_{t+1} es el tipo de interés financiero) más la pensión de jubilación (m_{t+1}).

El problema del consumidor es elegir el número de hijos, el gasto en educación para cada uno de ellos y el ahorro que maximiza [1] sujeto a las restricciones [2] y a las condiciones de no negatividad. En este problema el consumidor toma como dados el salario, el tipo de interés y la pensión de jubilación. En términos matemáticos, la función de utilidad que resulte tras sustituir [2] en [1] debe ser al menos estrictamente pseudocóncava respecto a (s_t, e_t, n_t) para que las condiciones necesarias de primer orden determinen un máximo global único.

Sustituyendo [2] en la función de utilidad, las condiciones de primer orden respecto a (s_t, e_t, n_t), suponiendo solución interior son:

$$u'(c_t) = b(1 + r_{t+1})u'(d_{t+1}) \qquad [3a]$$

$$u'(c_t) = a(n_t)u'(e_t) \qquad [3b]$$

$$(e_t + bs\, w_t h(e_{t-1}) n_t^{s-1})u'(c_t) = (a'(n_t)n_t + a(n_t))u(e_t) \qquad [3c]$$

La condición [3a] es la típica condición de arbitraje para el consumo del individuo en las etapas adulta y de vejez. El cociente entre utilidades marginales o relación marginal de sustitución entre consumo actual y futuro debe ser igual al factor financiero-actuarial. La condición [3b] muestra la relación de arbitraje entre consumo actual propio y gasto en educación por hijo. Por último, la condición [3c] es la que determina la demanda de hijos al comparar la utilidad adicional que proporciona una unidad marginal más de hijos con la que se pierde vía menor consumo actual.

Sector público

La única actividad que realiza el sector público en esta Economía simplificada es la del pago de pensiones de jubilación y la recaudación de cotizaciones. Bajo un sistema de reparto (t =0 representaría un sistema de capitalización privado) la ecuación de presupuesto equilibrado en el periodo t+1 es:

$$t\, w_{t+1} h(e_t) L_{t+1}^{1} = m_{t+1} L_{t+1}^{2} \qquad \rightarrow \qquad m_{t+1} = \frac{t\, w_{t+1} h(e_t) n_t}{p} \qquad [4]$$

Comportamiento del sector productivo

La empresa representativa de esta Economía utiliza capital físico (K_t) y humano (H_t) como inputs y produce un único bien o output (Y_t) mediante una función de producción de rendimientos constantes a escala $Y_t = F(K_t, H_t)$. Esta función adopta los supuestos habituales de productividades marginales positivas y decrecientes. La empresa representativa es competitiva y maximiza sus beneficios:

$$\frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = \frac{\partial F}{\partial K_t} = r_t + d_K \qquad [5a]$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial H_t} = \frac{\partial F}{\partial H_t} = w_t \qquad [5b]$$

Siendo d_K la tasa constante de depreciación del capital físico. Por su parte, la empresa no soporta ningún coste de depreciación del capital humano. El coste r_t es también el rendimiento del ahorro ya que se supone que el mercado de capitales es perfecto. La producción y el capital físico se pueden expresar en términos del capital humano, como es habitual: $y_t = \frac{Y_t}{H_t} = F(\frac{K_t}{H_t}, 1) = F(k_t, 1) = f(k_t)$.

El equilibrio en el mercado del único bien producido lleva a la conocida condición de vaciado de mercado. Al ser un modelo de un sector, el bien producido en un periodo t puede destinarse tanto a satisfacer el consumo de los individuos (C_t), como a invertir en capital físico (I_t^K) y en capital humano o educación (I_t^H):

$$Y_t = C_t + I_t^K + I_t^H = C_t + K_{t+1} - (1-d_K)K_t + H_{t+1} \qquad [6]$$

Obsérvese que la inversión en capital humano coincide con el capital humano del periodo siguiente, es decir, se supone que el capital humano va ligado a los miembros de la generación adulta en cada periodo, que lo han adquirido con la educación recibida cuando fueron jóvenes y se extingue al pasar a la jubilación.

La función de consumo, con las ecuaciones [4], [2a] y [2b] desfasada y con las relaciones demográficas es:

$$C_t = w_t h(e_{t-1})L_t^1 - n_t e_t L_t^1 - s_t L_t^1 + (1+r_t)s_{t-1}L_{t-1}^1 \qquad [7]$$

Ahora, aplicando Euler en el primer miembro de [6] ysustituyendo [5] y [7] en el segundo miembro de [6], se tiene:

$$\begin{aligned}(r_t + d_K)K_t + w_t H_t = w_t h(e_{t-1})L_t^1 - n_t e_t L_t^1 - s_t L_t^1 + (1+r_t)s_{t-1}L_{t-1}^1 + \\ + K_{t+1} - (1-d_K)K_t + H_{t+1}\end{aligned}$$

Reordenando:

$$K_{t+1} - s_t L_t^1 - (1+r_t)(K_t - s_{t-1}L_{t-1}^1) = -(H_{t+1} - e_t L_{t+1}^1) + w_t(H_t - h(e_{t-1})L_t^1)$$

El cumplimiento de esta ecuación indica, en general, que hay relación entre la acumulación de ambos tipos de capital, dado que hay un único bien en esta Economía. Sin embargo, si se considera que el capital físico se acumula con el ahorro y el capital humano con el gasto en educación, como es habitual, se llega a:

$$K_{t+1} - s_t L_t^1 = (1 + r_t)(K_t - s_{t-1} L_{t-1}^1) \qquad [8a]$$

$$H_{t+1} - e_t L_{t+1}^1 = w_t (H_t - h(e_{t-1}) L_t^1) \qquad [8b]$$

La solución de ambas ecuaciones en diferencias es:

$$K_{t+1} = s_t L_t^1, \quad \forall t \qquad [9a]$$

$$H_{t+1} = e_t L_{t+1}^1 = e_t n_t L_t^1, \quad \forall t \qquad [9b]$$

Es decir, el ahorro de un periodo se transforma en capital productivo en el periodo siguiente y cada unidad del bien dedicada a educación de cada hijo se transforma en una unidad de capital humano por trabajador, es decir, $h(e_t) = e_t, \quad \forall t$. Todo este razonamiento sería distinto en un entorno de modelos de dos sectores, donde el capital humano se produce mediante una tecnología distinta a la del output. Ver, por ejemplo, en Barro y Sala-i-Martin (1995), Becker y otros (1990), Morand (1999), Boucekkine y otros (2002) y Kalemli-Ozcan (2003).

Las soluciones dadas por [9a] y [9b] permiten el equilibrio en el mercado del bien teniendo en cuenta el comportamiento de la empresa competitiva y la forma en que se acumula el capital físico y humano. En términos de capital físico por unidad de capital humano, tras dividir los dos miembros de [9a] entre los dos de [9b] se llega a una equivalencia que permite trabajar indistintamente con la variable s_t o k_{t+1}:

$$k_{t+1} = \frac{s_t}{e_t n_t}, \quad \forall t \qquad [10]$$

Equilibrio competitivo

Esta economía se encuentra en equilibrio competitivo si dados unos niveles iniciales de capital físico y capital humano y dada una población inicial para cada generación, se cumple simultáneamente a partir del periodo actual que:

- la decisión del consumidor en cuanto a consumo-ahorro, número de hijos y gasto educativo maximiza su utilidad, es decir, cumple las ecuaciones [2] y [3],
- el presupuesto de la seguridad social está en equilibrio según [4],
- las empresas maximizan sus beneficios, es decir, se cumple [5], y
- el mercado del único bien producido se vacía, lo cual significa con los supuestos adoptados que se cumple [8] (y [10]).

El equilibrio competitivo consiste, por tanto, en elegir trayectorias temporales para las variables de decisión $(k_{t+1\,t}, e_t, n_t) \quad \forall t = 1,...,\infty$, que junto con las consiguientes trayectorias para el resto de variables cumplan todas las ecuaciones del modelo. Estas variables son los precios de los factores productivos, (r_t, w_t), la pensión de jubilación, m_t, las variables de estado (nivel de capital físico y humano y población de cada generación) y las variables endógenas (producción agregada, consumo agregado, inversión bruta, etc.).

Solución analítica

El modelo es demasiado genérico para obtener alguna característica importante del equilibrio por eso se pasa a resolverlo para el caso de función de utilidad logarítmica, grado de altruismo con elasticidad constante y función de producción Cobb-Douglas, es decir, se asumen las siguientes formas funcionales:

$$U(c_t, d_{t+1}, n_t, e_t) = \ln(c_t) + bp \ln(d_{t+1}) + d\, n_t^{-e} n_t \ln(e_t)$$

$$Y_t = AK_t^a H_t^{1-a} \quad \rightarrow \quad y_t = f(k_t) = Ak_t^a$$

La función $a(n_t) = d\, n_t^{-e}$ mide el grado de altruismo, que es decreciente respecto al número de hijos, siguiendo a Becker y otros (1990); d es el grado de altruismo puro cuando el número de hijos es 1 y $e \in [0,1[$ es la elasticidad del grado de altruismo respecto al número de hijos. En la función de producción, el parámetro A representa el nivel tecnológico de la Economía y a es la participación de las rentas del capital físico sobre el producto total. Se supone también que el capital físico se deprecia totalmente en el proceso productivo, $d_K = 1$.

Con estas funciones, las condiciones de equilibrio competitivo [2] y [3] son:

$$\frac{1}{c_t} = \frac{bAa\, k_{t+1}^{a-1}}{d_{t+1}} \quad ; \qquad \frac{1}{c_t} = \frac{d\, n_t^{-e}}{e_t} \quad ;$$

$$\frac{e_t + bs\, A(1-a) e_{t-1} n_t^{s-1} k_t^a}{c_t} = d(1-e) n_t^{-e} \ln(e_t) \quad ;$$

$$c_t = A(1-a)(1-t - bn_t^s) k_t^a e_{t-1} - n_t e_t (1 + k_{t+1}) \; ; \qquad d_{t+1} = A\left(\frac{a + t(1-a)}{p}\right) n_t e_t k_{t+1}^a$$

Manipulando las ecuaciones se obtienen las tres variables (k_{t+1}, e_t, n_t):

$$k_{t+1} = \frac{pba}{d(a + t(1-a)) n_t^{1-e}} = \frac{G}{n_t^{1-e}} \qquad [11]$$

$$e_t = \frac{d\,A(1-a)(1-t\ -bn_t^s)k_t^a\,e_{t-1}}{(1+d\,G)n_t^e\ +d\,n_t} \qquad [12]$$

$$e_t\big[(1-e)\ln(\,e_t)-1\big]n_t^{1-s}\ = A(1-a)b\,s\ k_t^a\,e_{t-1} \qquad [13]$$

La ecuación [11] supone una relación inversa entre la relación capital físico – capital humano y el número de hijos. La ecuación [12] implica asimismo una relación inversa entre cantidad y calidad de hijos. La ecuación [13] determina n_t sustituyendo [12] y conociendo los valores del periodo anterior (k_t, e_{t-1}, n_{t-1}).

Estado estacionario

Un estado estacionario es un equilibrio competitivo en el que las variables de estado; producción, capital físico, capital humano y población, crecen a una tasa constante. Esto significa que $k_t = k_{t+1} = k$, $e_t = e_{t+1} = e$ y $n_t = n_{t+1} = n, \quad \forall t$.

El número de hijos compatible con el estado estacionario, n^*, será aquel que resuelva la siguiente ecuación deducida de [12], tras sustituir [11] y simplificar:

$$(1+d\,G)n^e\ +d\,n = d\,A(1-a)(1-t\ -bn^s\ )G^a\ n^{a\,(e-1)}$$

Ecuación que admite solución única para algún valor $n^* > 0$ debido al comportamiento opuesto de ambos miembros. El primero vale cero si n=0 y tiende a infinito de forma estrictamente creciente si n? 8, mientras que el segundo miembro de la ecuación tiende a infinito si n? 0 y tiende a 0 de forma estrictamente decreciente si n? 8 .

A partir de este valor de equilibrio estacionario se calcula, con las ecuaciones [11] y [13], el valor k^* y e^*, compatibles con el equilibrio estacionario:

$$k* = \frac{G}{n*^{1-e}} \,, \qquad\qquad e* = \exp\left\{\frac{1}{1-e} + \frac{A(1-a)bs\,k*^{a}}{(1-e)n*^{\,1-s}}\right\}$$

Esto supone una relación de intercambio entre cantidad y calidad de hijos, siendo por tanto bienes sustitutivos para el sujeto representativo. Además, en esta situación, la producción, el capital físico y el capital humano crecen a la misma tasa que la población $n*-1$. En el epígrafe 5 se calibra este modelo, cuantificando la influencia de los distintos parámetros sobre el equilibrio estacionario.

3.- Modelo con pensión de jubilación vinculada al número de hijos

Si con el objetivo de favorecer la fertilidad, como fuente de crecimiento económico que es, se explicita que el importe de la pensión de jubilación está multiplicada por el número de hijos y esto es conocido por los cotizantes actuales, el consumidor maximizará su función de utilidad [1] sujeto a las restricciones [2a] y:

$$d_{t+1} = s_t \,\frac{1+r_{t+1}}{p} + n_t \overline{m}_{t+1} \qquad\qquad [2b']$$

Donde, en [2b'], $\overline{m}_{t+1}$ es la pensión de jubilación (exógena) si el número de hijos es 1. Esto provoca que los consumidores perciban que tener hijos es una fuente de mayores pensiones futuras y adaptarán su comportamiento racional a este hecho. Por otra parte, el sector público sigue manteniendo un sistema de reparto por lo que la condición de equilibrio financiero del sistema debe mantenerse: $\overline{m}_{t+1} = \dfrac{t\, w_{t+1} h(e_t)}{p}$.

Las condiciones de equilibrio competitivo, con las mismas formas funcionales asumidas en el modelo básico, son:

$$\frac{1}{c_t} = \frac{bAa\,k_{t+1}^{a-1}}{d_{t+1}} \quad ; \qquad \frac{1}{c_t} = \frac{d n_t^{-e}}{e_t} \quad ;$$

$$\boxed{\frac{e_t + bs\ A(1-a)e_{t-1}n_t^{s-1}k_t^{a}}{c_t} = \frac{b\,t\,A(1-a)e_t k_{t+1}^{a}}{d_{t+1}} + d(1-e)n_t^{-e}\ \ln(e_t)}$$

$$c_t = A(1-a)(1-t-bn_t^{s})k_t^{a}e_{t-1} - n_t e_t(1+k_{t+1}) \ ; \qquad d_{t+1} = A(\frac{a+t(1-a)}{p})n_t e_t k_{t+1}^{a}$$

Observando la ecuación enmarcada, que es la única que ha cambiado, se aprecia que ahora una unidad marginal más de hijos proporciona utilidad adicional de dos maneras: vía mayor consumo en la vejez y vía valoración de la educación de los hijos gracias al grado de altruismo. Debido a ello, la solución de este modelo será, en general, distinta a la del modelo básico. Manipulando las ecuaciones se llega a:

$$k_{t+1} = \frac{G}{n_t^{1-e}} \qquad [11]$$

$$e_t = \frac{d\,A(1-a)(1-t-bn_t^{s})k_t^{a}e_{t-1}}{(1+dG)n_t^{e} + d\,n_t} \qquad [12]$$

$$e_t\left[(1-e)\ln(e_t) - 1 + \frac{t(1-a)}{a}k_{t+1}\right]n_t^{1-s} = A(1-a)bs\ k_t^{a}e_{t-1} \qquad [13']$$

Obsérvese que se mantiene la relación inversa entre la cantidad y calidad de hijos así como entre la cantidad de hijos y la relación capital físico – capital humano. Los valores de las tres variables en el estado estacionario las denotaremos por $\bar{k}, \bar{e}, \bar{n}$. Dado que la ecuación [12] coincide con la del modelo básico se llega a:

$$\bar{n} = n^*$$

$$\bar{k} = \frac{G}{\bar{n}^{1-e}} = k^*$$

$$\bar{e} = \exp\left\{\frac{1}{1-e} + \frac{A(1-a)bs\,\bar{k}^{a}}{(1-e)\bar{n}^{1-s}} - \frac{t(1-a)}{a(1-e)}\bar{k}\right\} < e*$$

La última desigualdad es debido a que $\frac{t(1-a)}{a(1-e)} > 0$.

Así pues, el efecto de vincular la pensión de jubilación al número de hijos en este modelo no es, en el estado estacionario, el esperado de un aumento en el número de hijos, sino que lleva a una menor inversión en educación manteniéndose constante el número de hijos. Por tanto, el capital humano es menor y también la producción agregada, el consumo per cápita y el bienestar. En el epígrafe 5 se cuantifican las soluciones en el estado estacionario así como la dinámica del equilibrio si se implanta esta reforma y se comenta cómo van interactuando todas las variables.

4.- Modelo con pensión de jubilación vinculada al gasto educativo

Si ahora se piensa más en el capital humano como fuente de crecimiento, se pasa a explicitar que el importe de la pensión de jubilación está vinculada al gasto educativo de los hijos o inversión en educación. El consumidor maximizará su función de utilidad [1] sujeto a las restricciones [2a] y:

$$d_{t+1} = s_t \frac{1+r_{t+1}}{p} + n_t e_t \hat{m}_{t+1} \qquad [2b'']$$

Donde, en [2b''], $\hat{m}_{t+1}$ es la pensión de jubilación (exógena) si el gasto en educación es 1 unidad monetaria. Con este cambio los consumidores percibirán que dedicar recursos a la educación de los hijos supondrá mayores pensiones futuras y adaptarán su comportamiento racional. Como el sector público sigue manteniendo un sistema de reparto debe cumplirse la ecuación de equilibrio financiero: $\hat{m}_{t+1} = \frac{t\, w_{t+1}}{p}$.

Las cinco ecuaciones de equilibrio competitivo, con las mismas formas funcionales que en los dos modelos anteriores, son:

$$\frac{1}{c_t} = \frac{bAa\,k_{t+1}^{a-1}}{d_{t+1}} \quad ; \qquad \boxed{\frac{1}{c_t} = \frac{d\,n_t^{-e}}{e_t} + \frac{bp\,\hat{m}_{t+1}}{d_{t+1}}}$$

$$\frac{e_t + bs\,A(1-a)e_{t-1}n_t^{s-1}k_t^{a}}{c_t} = \frac{bt\,A(1-a)e_t k_{t+1}^{a}}{d_{t+1}} + d\,(1-e)n_t^{-e}\ln(e_t)$$

$$c_t = A(1-a)(1-t-bn_t^{s})k_t^{a}e_{t-1} - n_t e_t\,(1+k_{t+1}) \quad ; \qquad d_{t+1} = A\left(\frac{a+t\,(1-a)}{p}\right)n_t e_t k_{t+1}^{a}$$

La ecuación enmarcada muestra una diferencia respecto a los dos modelos anteriores en la relación de arbitraje para invertir en educación. Ahora el aumento en la utilidad derivado de dedicar una unidad monetaria adicional a educación (2º miembro) tiene dos términos, uno que valora la utilidad adicional vía grado de altruismo y otro que la valora vía mayor consumo en la vejez. Esta diferencia implicará una solución asimismo diferente para este modelo.

Manipulando las ecuaciones y tomando $D = G\frac{t\,(1-a)}{a}$, se llega a:

$$k_{t+1} = \frac{G}{n_t^{1-e} + D} \qquad [11']$$

$$e_t = \frac{d\,A(1-a)(1-t-bn_t^{s})k_t^{a}e_{t-1}(1+Dn_t^{e-1})}{(1+d\,G)n_t^{e} + d\,n_t + dDn_t^{e}} \qquad [12']$$

$$e_t\left[\frac{(1-e)\ln(e_t)-1}{1+Dn_t^{e-1}}\right]n_t^{1-s} = A(1-a)bs\, k_t^a\, e_{t-1} \qquad [13'']$$

Obsérvese que se mantiene la relación inversa entre la cantidad y calidad de hijos así como entre la cantidad de hijos y la relación capital físico – capital humano. En el estado estacionario, los nuevos valores de las variables los denotaremos por $\hat{k}, \hat{e}, \hat{n}$. La ecuación [12'] tras sustituir [11'] queda:

$$(1+dG)n^e + dn + dDn^e = dA(1-a)(1-t-bn^s)G^a n^{a(e-1)}(1+Dn^{e-1})^{1-a}$$

Ambos miembros de la ecuación que determina la cantidad de hijos son mayores que en los anteriores modelos: el primer miembro aumenta debido al término $dDn^e > 0$; y el segundo miembro debido al factor $(1+Dn^{e-1})^{1-a} > 1$. Sin embargo, para múltiples simulaciones de valores de los parámetros siempre se ha comprobado que el segundo miembro aumenta más que el primero y, en consecuencia, el equilibrio se establecerá para un número superior de hijos, es decir, $\hat{n} > n^* = \bar{n}$. En consecuencia, este modelo implica un estado estacionario con mayor número de hijos que los dos modelos previos. También se tendrá:

$$\hat{k} = \frac{G}{\hat{n}^{1-e}+D} < \frac{G}{\hat{n}^{1-e}} < \frac{G}{n^{*1-e}} = k^* = \bar{k} \text{ , dado que D>0 y e < 1.}$$

$$\hat{e} = \exp\left\{\frac{1}{1-e} + \frac{A(1-a)bs\,\hat{k}^a}{(1-e)\hat{n}^{1-s}}(1+D\hat{n}^{e-1})\right\} > e^*.$$

De nuevo, la última desigualdad se ha establecido tras múltiples simulaciones con un amplio abanico de valores para los parámetros. Como $e^* > \bar{e}$ siempre, se llega a la conclusión que la inversión en educación por hijo es superior en este modelo a la de los otros dos en el estado estacionario.

Así pues, el efecto de vincular la pensión de jubilación al gasto en educación que realizan los padres origina un estado estacionario con mayor inversión tanto en cantidad de hijos como en calidad de hijos respecto al modelo básico y al modelo en el que la pensión de jubilación sólo se vincula al número de hijos. Al mismo tiempo la relación capital físico – capital humano es menor y, por tanto, también la producción y el salario por unidad de capital humano; aunque, como cada individuo está dotado de un mayor nivel de capital humano, el producto y el salario por individuo normalmente será mayor y también el consumo, el ahorro y el bienestar del individuo representativo. La cuantificación de la solución en el estado estacionario y la dinámica tras implantar esta reforma aparece en la sección 5.

Por tanto, con inversión en educación endógena, no es suficiente con interiorizar en el cálculo de la pensión la inversión en hijos como se destaca en Abío y otros (2003) y Abío y Patxot (2005), sino que sería necesario hacer lo mismo con la inversión en su educación. En esta línea se mueve el reciente trabajo de Meier y Wrede (2005), en el que los agentes son heterogéneos en cuanto a número de hijos y productividad. Estos autores proponen una fórmula de cálculo de la pensión con cuatro componentes: una constante, una que dependa del salario propio, otra que dependa del número de hijos y otra que dependa de los salarios de los hijos (esta última estará un función de la inversión en educación).

5.- Calibración de los modelos: solución numérica en el estado estacionario, análisis de sensibilidad y transición dinámica con cada reforma

Solución numérica

Los modelos se resuelven numéricamente tomando valores para los parámetros que sean compatibles con los habituales en la literatura y que repliquen de forma aproximada algunos ratios macroeconómicos del caso español. En el problema del consumidor y en la función de producción se eligen los valores:

- p = 0,3; para aproximar a la relación jubilados/ocupados.
- $ß$ = 1,7; para que el término $ßp$ sea 0,5 que es lo más habitual en la literatura cuando no se considera probabilidad de supervivencia.
- d = 0,3 y e = 0,25; de acuerdo con Becker y otros (1990).
- b = 0,3 y s = 0,9; según se desprende de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares de 2003 al comparar el gasto medio por hogar de una pareja sin hijos, con un hijo y con dos hijos.
- a = 0,3; como valor más habitual en la literatura.
- t = 0,1; para que el volumen de pensiones sobre la producción, que es igual a $t(1-a)$, sea similar al gasto en protección social de la función vejez sobre el PIB español (6,5% en 2002).
- A = 12,351; para que la solución óptima para el número de hijos en el modelo básico sea $n^*=1$.

La solución de equilibrio estacionario para las variables partiendo de un nivel de población adulta normalizado a 1 aparece en la Tabla 1.

Tabla 1.- Soluciones en el equilibrio estacionario

		Modelo básico	Con pensión vinculada al número de hijos	Con pensión vinculada al gasto educativo
	n	1	1	1,12
Variables relevantes	k	1,378	1,378	0,976
	e	116,8	76,1	198,1
	c	389,3	253,5	524,8
Variables para el consumidor representativo	s	161	104,8	217
	d	1958,7	1275,7	3362,2
	μ	370,6	241,3	636,1
	K	161	104,8	217
Variables agregadas	H	116,8	76,1	222,3
	Y	1588,2	1034,3	2726
Precios de los factores productivos	w	9,52	9,52	8,58
	r	1,96	1,96	2,77
	C/Y	82,5%	82,5%	81,9%
Ratios relevantes	S/Y	10,1%	10,1%	8,9%
	Educ./Y	7,4%	7,4%	9,2%
	Pens./Y	7%	7%	7%
Bienestar	U	11,258	10,482	12,135

La comparación entre ambas soluciones de la Tabla 1 se refiere únicamente al estado estacionario. Se observa, ahora en términos cuantitativos, cómo vincular la pensión al número de hijos no implica una situación estacionaria mejor, sino que el gasto educativo es menor y con él también son menores la producción, el consumo, el ahorro y el bienestar. La última columna muestra la situación estacionaria del modelo que vincula la pensión al gasto educativo, observándose mayor número de hijos y mayor inversión en educación con lo que el capital humano, la producción, el consumo y el bienestar son mayores.

Análisis de sensibilidad

Otro análisis numérico posible es el de sensibilidad. Se trata de medir cómo cambian las variables relevantes del modelo ante cambios en los parámetros con el objetivo de orientar medidas de política económica (si el parámetro es un instrumento de política económica) o de anticipar efectos futuros (si el parámetro es exógeno a la política económica). La medida utilizada en este análisis es la elasticidad de cada variable en el estado estacionario respecto a cambios de cada parámetro. Los cálculos se han realizado sobre el modelo básico y los resultados se muestran en la Tabla 2. Cada valor representa la elasticidad de cada variable (por columnas) respecto a variaciones de cada parámetro (por filas).

Tabla 2.- Elasticidades

		Variables		
Parámetros	***n***	***e***	***k***	***U***
A	0,9	2,4	-0,7	0,6
a	-0,3	-0,5	0,5	-0,1
p – ß	0,1	1,0	1,0	0,5
t	-0,2	-0,01	-0,1	-0,02
d	0,5	-1,6	-1,4	-0,2
e	0,0	1,6	0,0	0,3
b	-0,5	4,0	0,4	0,6
s	0,0	3,5	0,0	0,6

Se deduce, como ejemplo de parámetro exógeno a la política económica, que una mayor esperanza de vida (parámetro p) dará lugar a un nuevo estado estacionario con mayor número de hijos, mayor inversión en educación, mayor relación capital físico – capital humano y mayor bienestar. El tipo de cotización a la seguridad social (parámetro t) es un ejemplo de parámetro controlable por la política económica y observando que tiene efectos inversos sobre las cuatro variables se aconsejaría su reducción. La seguridad social aparece como sustitutivo de tener hijos, en línea con algunos resultados empíricos (Cigno y otros, 2000) o modelos teóricos de fertilidad (Cigno, 1993) que enfatizan el carácter de los hijos como bien de inversión.

Los parámetros e y s, que parecen tener un efecto neutral sobre n y k, sí que afectan en realidad a estas variables si se plantean equilibrios estacionarios compatibles con un valor de n distinto de 1, aunque son efectos de poca magnitud. El análisis de sensibilidad de los parámetros sobre los modelos reformados presenta resultados muy similares.

Transición dinámica

En cuanto a la transición desde un equilibrio estacionario a otro tras la reforma, se observa siempre estabilidad dinámica para el sistema de ecuaciones [11], [12] y [13] de los dos modelos reformados. Los gráficos 1 y 2 muestran la evolución de las variables relevantes desde el equilibrio estacionario del modelo básico hacia el equilibrio estacionario tras cada una de las dos reformas planteadas.

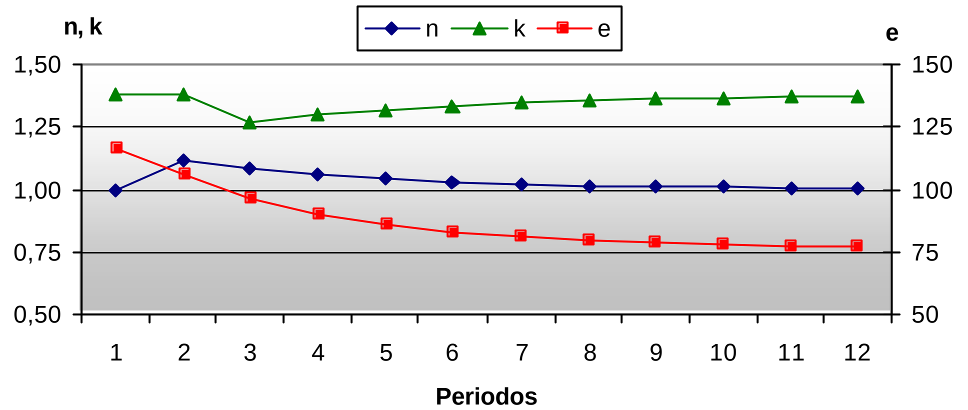
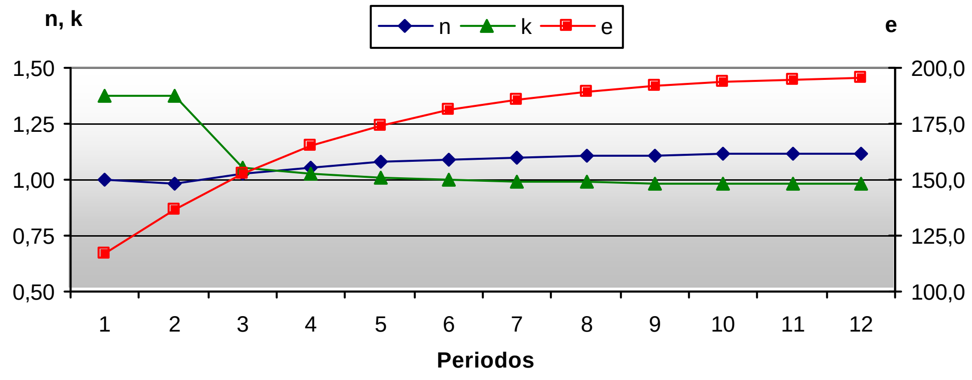


Gráfico 1.- Transición hacia el nuevo estado estacionario. Modelo con pensión vinculada al número de hijos

Así pues, si se vincula la pensión al número de hijos, durante el primer periodo tras la reforma (periodo 2) aumenta el número de hijos y disminuye el gasto en educación, existiendo intercambio entre cantidad y calidad de hijos. Con mayor número de hijos se dedican más recursos a su cuidado y disminuye el ahorro y el consumo. La Economía utiliza relativamente más capital humano y menos capital físico que antes, lo que lleva a menores salarios y mayores tipos de interés. La pensión y el bienestar de esta primera generación puede incluso aumentar por el efecto combinado sobre todas las variables pero en el siguiente periodo, con menores salarios, el número de hijos disminuirá y también lo seguirá haciendo el gasto en educación. A largo plazo, como se ve en el Gráfico 1, las variables *k* y *n* vuelven a su nivel inicial mientras que *e* tiende al nuevo valor estacionario inferior al inicial.

Gráfico 2.- Transición hacia el nuevo estado estacionario. Modelo con pensión vinculada al gasto educativo



Si se vincula la pensión al gasto educativo realizado por cada adulto, la primera generación sufre una pérdida de bienestar al dedicar más recursos a la educación y menos al consumo en la etapa adulta y al ahorro, pese a un mayor consumo en la vejez. Asimismo se produce una ligera disminución en el número de hijos en el primer periodo tras la reforma, observándose intercambio entre cantidad y calidad de hijos. Este efecto es transitorio porque en el siguiente periodo la generación adulta dispone de mayor capital humano por individuo con lo que la Economía es más productiva y se dispone de más recursos para tener hijos, para consumir y para ahorrar, encaminándose hacia un nuevo equilibrio estacionario con mayor inversión en educación y mayores tasas de fertilidad y crecimiento económico.

5.- Conclusiones

Los resultados muestran que si se tiene sólo en cuenta el número de hijos en el cálculo de la pensión pero no el nivel de educación proporcionado, el aumento en la fertilidad será sólo transitorio mientras que la inversión en educación cae de forma permanente. A largo plazo el número de hijos vuelve al nivel existente antes de introducir la reforma pero ahora con un nivel educativo menor, deprimiendo el capital humano agregado de la Economía. Esto no contradice los resultados de otros trabajos (Abío y otros, 2003; Abío y Patxot, 2005) ya que los modelos teóricos de base utilizados son distintos, pero sí que acota su validez al caso que la educación no sea endógena en el modelo.

Si se incorpora también la educación proporcionada a los hijos en el cálculo de la pensión de jubilación, los resultados son más satisfactorios ya que se consigue interiorizar el efecto positivo de la educación, es decir, de la productividad de los hijos, llevando la Economía a mayores niveles de capital humano agregado y a los individuos a mayores niveles de bienestar, aunque la primera generación tras la reforma saldría perjudicada.

Las implicaciones de política económica se limitan a constatar una vez más la importancia del capital humano (educación) en el diseño de medidas encaminadas a favorecer el crecimiento. Es decir, hay que tener en cuenta que toda política de fertilidad no debe quedarse ahí sino que es necesario complementarla con inversión en educación para que los efectos sobre la producción, el consumo y el bienestar sean realmente efectivos.

Bibliografía

Abío, G. y Patxot, C. (1999): El coste de los hijos: un replanteamiento de los efectos sobre el bienestar de una transición demográfica en un sistema de pensiones de reparto. Cuadernos Económicos del I.C.E., 64, 189-206.

Abío, G.; Mahieu, G. y Patxot, C. (2003): On the Optimality of PAYG Pension Systems in an Endogenous Fertility Setting. CESifo Working Paper nº 1050.

Abío, G. y Patxot, C. (2005): Sistemas de pensiones y fecundidad. Un enfoque de generaciones solapadas. Documento de trabajo nº 3. Fundación BBVA.

Barro, R.J. y Sala i Martín, X. (1995): Economic Growth. Mc Graw Hill.

Becker, G.S.; Murphy, K.M. y Tamura, R. (1990): Human Capital, Fertility, and Economic Growth. Journal of Political Economy, 98-5, 12-37.

Blackburn, K. y Cipriani, G.P. (1998): Endogenous fertility, mortality and growth. Journal of Population Economics, 11, 517-534.

Boucekkine, R. ; de la Croix, D. y Licandro, O. (2002): Vintage human capital, demographic trends, and endogenous growth. Journal of Economic Theory, 104, 340-345.

Cigno, A. (1993): Intergeneracional transfers without altruism. European Journal of Political Economy, 9, 505-518.

Cigno, A., Casolaro, L. y Rosati, F.C. (2000): The role of social security in household decisions: VAR estimates of saving and fertility behaviour in Germany. CESifo Working Paper nº 394.

Diamond, P.A. (1965): National debt in a neoclassical growth model. American Economic Review, 55, 1126-1150.

Hondroyiannis, G. y Papapetrou, E. (2002): Demographic transition and economic growth: Empirical evidence from Greece. Journal of Population Economics, 15, 221-242.

Hondroyiannis, G. y Papapetrou, E. (2005): Fertility and output in Europe: new evidence from panel cointegration analysis. Journal of Policy Modeling, 27, 143-156.

Kalemli-Ozcan, S. (2003): A stochastic model of mortality, fertility, and human capital inverstment. Journal of Development Economics, 70, 103-118.

López Díaz, J. y Ridruejo, Z.J. (2003): Pensiones, crecimiento y envejecimiento poblacional. Investigaciones Económicas, 27-2, 343-367.

McNown, R. (2003): Cointegration modelling of fertility in the United States. Mathematical Population Studies, 10, 99-126.

McNown, R. y Rajbhandary, S. (2003): Time series analysis of fertility and female labor market behaviour. Journal of Population Economics, 16, 501-523.

Meier, V. y Wrede, M. (2005): Pension, fertility, and education. CESifo Working Paper nº 1521.

Morand, O.F. (1999): Endogenous fertility, income distribution, and growth. Journal of Economic Growth, 4, 331-349.

Pecchenino, R.A. y Utendorf, K.R. (1999): Social security, social welfare and the aging population. Journal of Population Economics, 12, 607-623.

Samuelson, P.A. (1958): An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money. The journal of Political Economy, 66-6, 467-482.

Sinn, H.W. (1997): The value of children and immigrants in a pay-as-you-go pension system: a proposal for a partial transition to a funded system. CESifo Working Paper nº 141.

Van Groezen, B.; Leers, T. y Meijdam, L. (2003): Social security and endogenous fertility: pensions and child allowances as siamese twins. Journal of Public Economics, 87, 233-251.

Wigger, B.U. (1999): Pay-as-you-go financed public pensions in a model of endogenous growth and fertility. Journal of Population Economics, 12, 625-640.

Zhang, J. y Zhang, J. (2001): Bequest motives, social security, and economic growth. Economic Inquiry, 39-3, 453-466.