BIENESTAR, DESIGUALDAD Y POBREZA EN ESPAÑA (1993-2000). UN ANÁLISIS BASADO EN TÉCNICAS INFERENCIALES DE DOMINANCIA ESTOCÁSTICA

Ahamdanech Zarco, Ismael
ismael.ahamdanech@uah.es
García Pérez, Carmelo
carmelo.garcia@uah.es

Departamento de Estadística, Estructura Económica y O.E.I.
Universidad de Alcalá

La medición del bienestar, la desigualdad y la pobreza y las comparaciones de distribuciones de renta ó de sus niveles a lo largo del tiempo son temas tan interesantes como controvertidos y que han sido y son objeto de profundos y encendidos debates entre científicos sociales. Uno de los puntos clave que suscita este debate es la necesidad de introducir determinados juicios de valor para dicha medición que como tales son subjetivos y sobre los que el acuerdo dista de alcanzarse generalmente.

El trabajo que proponemos se centra en la comparación de la desigualdad, el bienestar y la pobreza en España en el período 1993-2000 a través de las técnicas de la dominancia estocástica con inferencia. Dos son las principales ventajas de este enfoque. Por un lado, se utilizan juicios de valor explícitos y ampliamente, aunque no universalmente, aceptados. Una vez que se aceptan estos juicios de valor, las conclusiones que se obtienen carecen de ambigüedad en el sentido de que todos los índices utilizados que utilizan los mismos axiomas ofrecen los mismos resultados. Por otro lado, la utilización de técnicas inferenciales permite una mayor posibilidad de ordenación al diferenciar sólo los resultados estadísticamente significativos. Además, el uso del Panel de Hogares de la Unión Europea[1] permite el análisis de las tendencias de estos fenómenos en este período.

---

[1] Los datos procedentes del Panel de Hogares de la Unión Europea (PHOGUE) se usan con permiso del contrato ECHP/15/00, que mantiene EUROSTAT con la Universidad de Alcalá.

1. INTRODUCCIÓN

La medición de la pobreza, desigualdad o bienestar asociado a una distribución de la renta personal es un tema tan importante como controvertido. Importante porque la evaluación de la pobreza o el bienestar es una forma de medir los efectos del crecimiento económico en términos sociales. Controvertido por la necesidad de introducir juicios de valor, que como tales son subjetivos, a la hora de emplear cualquier técnica o medida de desigualdad o bienestar. Así, Sen (1973) apuntaba que incluso las medidas positivas de desviación de rentas con respecto a la media, tales como la varianza, tienen detrás un componente normativo. Este hecho lleva a interrogantes de difícil respuesta: ¿qué necesidades se ponderan más?, y, si llegan a especificarse, ¿qué peso otorgarles? Aparecen junto a éstas otras muchas cuestiones sin solución científica objetiva[2], por lo que su respuesta puede variar desde el enfoque rawlsiano hasta las posturas más liberales.

Por estos motivos, la utilización de enfoques que utilicen el menor número de juicios de valor, siendo además éstos tan explícitos y comúnmente aceptados como sea posible**,** se convierte en algo esencial en busca de la deseable objetividad en el método científico. Pues bien, esto es lo que propone la teoría de la dominancia estocástica desarrollada a partir de los trabajos de Atkinson (1970), Kolm (1969, 1976) y Saposnik (1981, 1983), pero que hunde sus raíces conceptuales en las escuelas de pensamiento de la Teoría del Bienestar de finales del siglo XIX y principios del siglo XX. En efecto, a partir de la introducción de pocos y generalmente aceptados juicios de valor se llegará a una

[2] Esto no siempre ha sido así. Bajo el método empírico de la vieja escuela del bienestar encabezada por Pigou, estas cuestiones podían tener una respuesta científica. Para una descripción más detallada de este método, ver Cooter y Rapaport (1984).

ordenación sin ambigüedades evitando el problema de la multiplicidad de índices (Bishop y Formby, 1994).

Por otro lado, no se debe olvidar que habitualmente se trabaja con datos procedentes de una muestra. Por tanto, en ocasiones, nos encontraremos ante distribuciones que no pueden ser ordenadas por la existencia de errores de muestreo. En este caso, la utilización de técnicas de inferencia estadística permitirá una comparación más precisa de las distintas distribuciones.

En cuanto a la base de datos utilizada, es evidente que la utilización de un panel permite un mejor análisis de la evolución del fenómeno a estudiar. En este sentido, el Panel de Hogares de la Unión Europea (PHOGUE) es una herramienta de sumo interés para el estudio de la tendencia de la pobreza, desigualdad y bienestar en España, en un periodo de cambios económicos y sociales como el considerado en este trabajo.

Esta comunicación se divide en varias secciones. En las dos siguientes, se analizan brevemente las técnicas de dominancia estocástica y de inferencia estadística utilizadas en el trabajo. A continuación, se examinan las principales características de los datos utilizados, esto es, del PHOGUE. Por último, se analizan los resultados obtenidos para las comparaciones de las distribuciones de la renta, para el caso español, en el período 1993-2000.

2. DOMINANCIA ESTOCÁSTICA Y COMPARACIONES DE DESIGUALDAD, BIENESTAR Y POBREZA.

En esta sección, se presentan, en primer lugar, de forma concisa las técnicas básicas de dominancia estadística utilizadas para comparar el bienestar, la desigualdad y la pobreza de distintas distribuciones de renta a lo largo del tiempo y del espacio.

2.1. Dominancia de Primer Orden

Definamos un vector de rentas $x = \{x(1), x(2),..., x(N)\}$ como el conjunto de rentas que perciben cada uno de los *N* individuos de una población. A partir de esta definición de vector de rentas y aplicando el Principio Fuerte de Pareto, se puede decir que *x* domina a *y* en el sentido de Pareto ($x >_P y$) si y sólo si $x(i) \geq y(i)$ para todo *i* y $x(i) > y(i)$ para al menos un *i*. Si además se introduce el Principio de Anonimato de rentas, es decir, que no es relevante quienes sean los individuos mejor o peor situados, entonces la función de distribución de la renta contiene suficiente información para ordenar el bienestar asociado a dicha distribución de la renta, como se comprueba a continuación.

Sea *F* la función de distribución de la renta. La inversa de esta función, o función cuantil, se define como $X(p) = \inf\{x : F(x) \geq p\}$.

En este caso, la distribución *X* domina en primer orden a la distribución *Y*, situación que notamos como $X >_R Y$, si y sólo si $X(p) \geq Y(p)$ para todo $p \in [0,1]$ con al menos una desigualdad estricta. En este contexto, Saposnik (1981, 1983) demuestra el siguiente teorema:

Teorema 1. $X >_R Y \Leftrightarrow w(X) > w(Y), \forall w \in W_p$,

siendo W_p cualquier función de bienestar creciente en la renta y que cumple el Principio de Anonimato de rentas.

Por tanto, el teorema de Saposnik convierte la dominancia de primer orden en un método operativo para evaluar distribuciones de renta. Cabe destacar que, en caso de que las funciones cuantil presenten algún corte, las distribuciones no serán comparables. Para superar este problema, se puede utilizar, por un lado, la dominancia estocástica de segundo orden que además introduce criterios de equidad en la ordenación y, por otro, las técnicas de inferencia estadística desarrolladas a partir de los pioneros trabajos de Beach y Davidson (1983).

2.2 Dominancia de Primer Orden y Pobreza

Definamos un índice de pobreza de la forma: $H(x) = q(x,z)/n(x)$, donde *q(x, z)* es el número de individuos con ingreso igual o menor a la línea de pobreza *z* y *n(x)* el tamaño poblacional total. Foster y Shorrocks (1988) demuestran un corolario del teorema 1 de suma importancia en este contexto:

$$X >_R Y \;\Leftrightarrow\; X \geq_{H(z)} Y, \forall\, z$$

Por tanto, si fijamos una línea de pobreza *z* cualquiera y la distribución *X* domina en primer orden a la distribución *Y* en esa línea y por debajo de ella, el índice de pobreza tal y como se ha definido (proporción de pobres) será mayor o igual en la distribución *Y*.

2.3 Dominancia de Segundo Orden

A principios de los 70, Atkinson publicó un importante trabajo a partir del cual se desarrollaría el concepto de dominancia de segundo orden. En este sentido, y utilizando el principio de transferencias de Pigou-Dalton, demuestra que: "…cuando se comparan distribuciones con la misma media, la condición (…) es equivalente a requerir que las curvas de Lorenz no se corten (…) pudiendo juzgar entre éstas (distribuciones de renta) sin necesidad de estar de acuerdo sobre la forma de *U(y)* [3]…" (Atkinson, 1970, pp. 246). Por tanto, Atkinson presenta de forma clara los juicios de valor que se han de aceptar para poder ordenar el bienestar asociado a una distribución de renta: preferencia por la eficiencia

[3] Excepto en que sea creciente y cóncava.

(cuánto más ingreso mejor) y preferencia por la igualdad (cuánta menos desigualdad mejor)[4].

Si las medias de las distribuciones no son iguales, la dominancia de Lorenz tiene sólo implicaciones de igualdad: Una distribución X presenta menos desigualdad que otra distribución Y si $L_i^X \geq L_i^Y$, con al menos una desigualdad estricta, donde L_i^X representa las ordenadas de la curva de Lorenz de la distribución X en cada punto $i \in [0,1]$.

En el caso de igualdad de las rentas medias, la dominancia de Lorenz tendría además implicaciones de bienestar. Sin embargo, como puso de manifiesto Sen (1973), es evidente que la condición de igualdad de medias es demasiado estricta y son pocas las distribuciones de renta que la cumplen. Para superar este problema, Shorrocks (1983) introduce el concepto de curva de Lorenz generalizada, construida escalando la curva de Lorenz por la renta media de la distribución (μ).

Podemos definir la curva de Lorenz (Gatswirth,1971) como:

$$L_X(p) := \mu_X^{-1} \int_0^p X(u)du$$

La curva generalizada de Lorenz será (Shorrocks, 1983):

$$G_X(p) := \int_0^p X(u)du = \mu_X L_X(p) \qquad \forall p \in [0,1]$$

Sea W_S una función creciente y S-cóncava[5]. Bajo estas condiciones, Shorrocks (1983) prueba el siguiente teorema:

---

[4] Por supuesto, para agregar las funciones individuales se imponen otras condiciones: funciones de buen comportamiento (aditivas, separables y simétricas) y que los individuos sean anónimos.

[5] Dasgupta, Sen y Starret (1973) muestran que la propiedad de S-concavidad es suficiente para introducir el principio de Pigou-Dalton.

Teorema 2. $w(X) \geq w(Y), \forall w \in W_S \iff G_X(p) \geq G_Y(p)$ *para todo p con al menos una desigualdad estricta.*

Queda claro por tanto que, en caso de igualdad de medias, la dominancia de Lorenz provee una ordenación tanto de desigualdad como de bienestar (que evidentemente será la misma, esto es, a mayor desigualdad menor bienestar), mientras que, si las medias de las distribuciones son distintas, la dominancia de Lorenz ofrece una ordenación de desigualdad, y para ordenar bienestar asociado a la distribución de la renta se ha de acudir a las curvas de Lorenz generalizadas.

Por último, cabe destacar el siguiente teorema (Bishop, Formby y Thistle, 1991) para establecer la relación entre dominancia de primer orden y dominancia de segundo orden:

Teorema 3: $X >_R Y$ *implica* $X >_{GL} Y$,

donde $X >_{GL} Y$ quiere decir que *X* domina en segundo orden a *Y*.

Este teorema se deduce directamente del hecho de que W_S es un subconjunto de W_p. Sin embargo, la inversa no es cierta. Por tanto, dominancia de primer orden implica dominancia de segundo orden, pero no al revés.

2.4 Dominancia de Segundo Orden y Pobreza

De la misma forma que en el caso de la dominancia en primer orden, Foster y Shorrocks (1988) proveen un importante corolario al teorema 2, que pasamos a presentar.

Sea el índice de pobreza: $P(x,z) = \left[\frac{1}{n(x)}\right] \sum_{i=1}^{r} \frac{z - x_i}{z}$, donde *r* es el estadístico ordenado correspondiente al orden de la línea de la pobreza *z*, y x_i la renta del *i*-ésimo individuo. Este índice de pobreza es conocido como índice de brecha de pobreza (*income gap*). Así pues, una distribución de la renta *X* domina, de acuerdo a la medida de brecha de pobreza, a otra *Y*, $X >_{P(z)} Y$, si y sólo si $\left(\frac{1}{n}\right)\sum x_i > \left(\frac{1}{n}\right)\sum y_i$ para todo *i* hasta *r* y para cualquier *z*. Entonces:

$$GL_X(p) \geq GL_Y(p) \;\Leftrightarrow\; X >_{P(z)} Y \quad \forall\, z$$

Por tanto, si truncamos la distribución en una línea de pobreza cualquiera y la curva generalizada de Lorenz de la distribución *X* domina a la de *Y*, entonces la distribución *X* presenta un menor valor del índice de brecha de pobreza que la distribución *Y*.

3. INFERENCIA Y DOMINANCIA ESTOCÁSTICA

Como acabamos de ver, en el caso de que las funciones cuantil de dos distribuciones se crucen, no podremos utilizar el criterio de la dominancia de primer orden para comparar bienestar asociado a distribuciones de renta, y lo mismo ocurrirá, en el caso de la dominancia de segundo orden, si se cruzan las curvas de Lorenz generalizadas o, para comparaciones de desigualdad, si se cruzan las curvas de Lorenz. Ahora bien, habida cuenta de que habitualmente disponemos únicamente de datos muestrales, es posible que, en ocasiones, los cortes que presentan las curvas se deban a errores de muestreo y no sean, por tanto, estadísticamente significativos. En este sentido, se plantean varios test para estudiar si los cruces de las curvas son significativos (en cuyo caso no se podrían comparar las distribuciones) o si por el contrario no lo son, caso en el que las comparaciones seguirían siendo válidas.

Beach y Davidson (1983) derivan la matriz de varianzas y covarianzas de las ordenadas de la curva de Lorenz generalizada[6] (Π). Estos autores prueban que el vector de ordenadas generalizadas de Lorenz $\hat{G} = \left(\hat{G}_1, \hat{G}_2, ..., \mu\right)'$ es asintóticamente normal pues $\sqrt{n}(\hat{G} - G)$ tiene como límite una distribución normal *K* variante, de media cero y matriz de varianzas y covarianzas Π, donde *n* es el tamaño muestral. Habida cuenta de que las ordenadas de la curva de Lorenz se pueden escribir como una transformación de las de la curva generalizada, $\hat{L}_i = \hat{G}_i / \mu$, donde μ es la renta media, a partir de Π se puede extraer la matriz de varianzas y covarianzas de las ordenadas de la curva de Lorenz, siendo también en este caso la distribución de $\sqrt{n}(\hat{L} - L)$ una normal multivariante. A partir de dichas distribuciones, Bishop, Formby y Thistle (1989) sugieren la utilización de test estadísticos para comparar pares de ordenadas de la curva de Lorenz generalizada y de la curva de Lorenz. En el primer caso, las hipótesis nula y alternativa serían:

$$H_{0,i} : G_i^X = G_i^Y \text{ y } H_{A,i} : G_i^X \neq G_i^Y \quad \forall\ i = 1,2, \ldots, K$$

dónde G_i^X y G_i^Y son las ordenadas de la curva de Lorenz generalizada para cada *i* de los vectores de renta de *X* e *Y* respectivamente. El test estadístico para el elemento *i*-ésimo de los vectores G^X y G^Y será:

$$T_{GLi} = \frac{\hat{G}_i^X - \hat{G}_i^Y}{\left[\left(\frac{\hat{\varpi}_{ii}^X}{n_X}\right) + \left(\frac{\hat{\varpi}_{ii}^Y}{n_Y}\right)\right]^{1/2}} \quad \text{para } i = 1,2,\ldots, K$$

Dónde $\hat{\varpi}$ es el estimador de los elementos de Π, cuya fórmula es obtenida en Beach y Davidson (1983). Bajo la hipótesis nula T_{GLi} es asintóticamente normal. Como se

---

[6] Para ganar en claridad expositiva comenzamos con la dominancia de segundo orden.

ve, la hipótesis nula en conjunto es la intersección de K sub-hipótesis. Los valores críticos para el test se obtienen a partir de la distribución del módulo máximo estudentizado (Stoline y Ury, 1979) que tiene en cuenta la correlación entre las variables.

Es importante destacar que la hipótesis alternativa se puede contemplar como una hipótesis doble:

$H_{Ai}^{+} : G_i^X > G_i^Y$ y $H_{Ai}^{-} : G_i^X < G_i^Y$

Si se rechaza la hipótesis nula en conjunto, hay tres posibles resultados:

a) Dominancia débil: si para algunos cuantiles $G_i^X > G_i^Y$ y para otros $G_i^X = G_i^Y$.

b) Dominancia fuerte: Si para todo i $G_i^X > G_i^Y$.

c) Las curvas de Lorenz se cortan si para algunos cuantiles $G_i^X > G_i^Y$ y para otros $G_i^X < G_i^Y$. En este caso no podemos ordenar el bienestar asociado a cada una de las distribuciones de renta utilizando el criterio de la dominancia de segundo orden.

La extensión al caso de la dominancia de Lorenz (desigualdad) es sencilla, pues como hemos visto la distribución asintótica es similar. Las hipótesis nula y alternativa serán las mismas sustituyendo G_i por L_i. En este caso, el test estadístico será:

$$T_{Li} = \frac{\hat{L}_i^X - \hat{L}_i^Y}{\left[\left(\frac{\hat{v}_{ii}^X}{n_X}\right) + \left(\frac{\hat{v}_{ii}^Y}{n_Y}\right)\right]^{1/2}} \qquad \text{para } i = 1,2,\ldots, K$$

Dónde $\hat{v}$ es el estimador de los elementos de la matriz de varianzas y covarianzas asociada a la distribución de las ordenadas de la curva de Lorenz[7]. Los valores críticos se

[7] La fórmula es obtenida también en Beach y Davidson (1983).

obtienen de las mismas tablas que en el test anterior, y las implicaciones de rechazar la hipótesis nula en conjunto son las mismas.

Por último, el caso de la dominancia de primer orden se puede ver como una extensión de lo visto en el caso de la dominancia de segundo orden. Beach et al. (1994) proporcionan la matriz de varianzas y covarianzas para este caso. El vector de la K medias de los intervalos entre cuantiles $\hat{\mu} = \left(\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, ..., \hat{\mu}_{K+1}\right)'$ es una transformación lineal de $\hat{G}$, por lo que $\hat{\mu}$ es asintóticamente normal (Rao, 1973). Beach et al. (1994) analizan el caso de deciles. A partir de estas varianzas, se puede realizar un test sobre K sub-hipótesis, similares a las anteriormente consideradas, utilizando el estadístico:

$$T_{GLi} = \frac{\hat{\mu}_i^X - \hat{\mu}_i^Y}{\left[\left(\frac{Var(\hat{\mu}_i^X)}{n_X}\right) + \left(\frac{Var(\hat{\mu}_i^Y)}{n_Y}\right)\right]^{1/2}} \qquad \text{para } i = 1,2,\ldots, K$$

Los valores críticos están también determinados por la distribución módulo máximo estudentizado.

4. ANÁLISIS EMPÍRICO

4.1. DATOS UTILIZADOS

Para analizar las distribuciones de renta de España en el período 1993-2000, se han utilizado los datos procedentes del Panel de Hogares de la Unión Europea. Esta encuesta ha sido desarrollada por EUROSTAT y contiene datos de individuos y hogares de los distintos países de la Unión Europea. Se dispone de datos procedentes de ocho olas, correspondientes al período 1993-2000. El PHOGUE contiene información, para cada hogar, sobre las características personales de todos los miembros mayores de 16 años y de la estructura de las fuentes de renta del hogar.

El concepto de renta utilizado es el de renta disponible por hogar, que incluye la renta después de sumar transferencias y deducir los impuestos y contribuciones a la seguridad social. Las rentas han sido convenientemente deflactadas mediante el Índice de Precios al Consumo para referirlas a un mismo período (1993).

Dado que el bienestar del hogar, depende de su renta, su tamaño y composición, se tomarán en cuenta estos factores utilizando una escala de equivalencia para distribuir la renta en el seno del hogar. En este trabajo, utilizaremos la escala de la OCDE, que asigna el valor 1 al primer adulto en el hogar. Cada adulto adicional recibe una ponderación de 0,7 y cada niño menor de 16 años una ponderación de 0,5. La renta equivalente se asigna a cada miembro, empleando la hipótesis de que todas las personas que pertenecen al mismo hogar disfrutan del mismo nivel de bienestar; por tanto, la unidad de análisis será la persona. Los datos se han ponderado utilizando los correspondientes pesos individuales contenidos en el PHOGUE.

4.2. RESULTADOS

La tabla A1 del apéndice contiene las medias condicionales muestrales por deciles (μ_i) y los errores típicos utilizados para calcular los valores de los estadísticos de prueba necesarios para las comparaciones sobre dominancia de primer orden. Con el fin de aplicar también las técnicas de dominancia de segundo orden y dominancia de Lorenz, se presentan las ordenadas de las curvas de Lorenz y las curvas de Lorenz generalizadas con sus errores típicos en las Tablas A2 y A3. Estos valores se han calculado utilizando el procedimiento de Beach y Kaliski (1986) que considera la utilización de ponderaciones, en este caso las procedentes del PHOGUE.

Los estadísticos de prueba calculados para los contrastes de dominancia estocástica permiten la comparación de las funciones cuantil y las curvas de Lorenz y de Lorenz generalizadas. El resultado de estas comparaciones, entre las distintas olas consideradas, se muestra en las tablas A4 y A5. El primer signo de cada casilla de la tabla A4 se refiere al resultado de la comparación respecto a la dominancia de primer orden, mientras que el segundo signo refleja el resultado referente a la dominancia de segundo orden. En estas tablas resumen, el signo "+" indica que la ola de la fila domina a la ola de la columna y el signo "–" indica que la ola de la fila es dominada por la de la columna. El símbolo "=" indica que la hipótesis nula de que no son significativas las diferencias entre las dos funciones no puede ser rechazada. El símbolo "X" indica que las funciones se cortan y, en consecuencia, las correspondientes distribuciones no pueden ser ordenadas. La letra "*w*" indica dominancia débil, la letra "*s*" significa dominancia fuerte al 1% de significación y "*s*5" y "*s*10" indican dominancia fuerte al 5 y al 10% de significación respectivamente.

En la tabla A5 se presentan los resultados de las comparaciones en cuanto a la dominancia de Lorenz. Las casillas sólo tienen un símbolo que se interpreta de la misma manera que en la tabla A4.

La tabla A6 contiene los resultados de las comparaciones de pobreza considerando como línea de pobreza el segundo decil[8] de la distribución de la renta, aunque es posible establecer otras líneas de pobreza alternativas. La notación utilizada es la misma que la de la tabla A4.

[8] La tasa de pobreza media en el período 1998-2001, a partir de datos del PHOGUE, es del 18,5% para el caso español, utilizando como línea de pobreza el 60% de la renta mediana (Adiego y Moneo, 2004). Otros trabajos, como el conocido informe FOESSA, sitúan este porcentaje en el 22,1%, con una línea de pobreza del 50% de la renta media. A la luz de estas cifras y de las procedentes de otros estudios del caso español, hemos considerado conveniente la elección del segundo decil como línea de pobreza, aunque este enfoque permite elegir otras líneas de pobreza alternativas.

Para facilitar la interpretación y el análisis de los resultados se presentan en el Apéndice los gráficos 1, 2, 3 que contienen los diagramas de Hesse que representan las ordenaciones entre las diferentes olas del PHOGUE consideradas para el caso español. Las líneas dobles que unen los rectángulos correspondientes a cada ola indican que las olas conectadas no presentan diferencias significativas en la comparación de todos y cada uno de los deciles.

Los resultados de los contrastes referidos a dominancia estocástica de primer orden ponen de manifiesto la gran capacidad de ordenación de la técnica utilizada. El criterio de dominancia estocástica de primer orden es concluyente para ordenar el 85,71% de los casos. El efecto marginal que introduce la dominancia de segundo orden eleva este porcentaje al 89,29% de los casos. En el caso de la dominancia de Lorenz este porcentaje desciende al 82,14%.

Tabla 1

Dominancia de primer y Segundo orden

Resumen de resultados

	Dominancia de primer orden		Dominancia de segundo orden		Dominancia de Lorenz	
	Número	Porcentaje	Número	Porcentaje	Número	Porcentaje
Dominancias	24	85,71	25	89,29	23	82,14
Cortes o igualdades	4	14,29	3	10,71	5	17,86
Total	28	100,00	28	100,00	28	100,00

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados son mejores en el caso de las ordenaciones de pobreza tal como se muestran en la tabla 2. La dominancia truncada de primer orden (dominancia en porcentaje de pobres) puede ordenar el 89,29% de las posibles comparaciones, al igual que la dominancia en pobreza de segundo orden (medida de brecha de pobreza) que en este caso no introduce un efecto marginal de mejora las ordenaciones.

Tabla 2
Dominancia en pobreza
Resumen de resultados

	Porcentaje de pobres		Income gap	
	Número	Porcentaje	Número	Porcentaje
Dominancias	25	89,29	25	89,29
Cortes o igualdades	3	10,71	3	10,71
Total	28	100,00	28	100,00

Fuente: Elaboración propia.

Por tanto, utilizando los contrastes sobre dominancia, somos capaces de ordenar un alto porcentaje de comparaciones, llegándose a resultados similares a los obtenidos por Bishop, Formby y Thistle (1991), Bishop, Formby y Smith (1994) y Ahamdanech y García (2004), entre otros.

Analizando ya los resultados obtenidos, en los contrastes de la dominancia de primer orden, se observa, en primer lugar, la inexistencia de diferencias significativas entre las distribuciones de los años 1993, 1994 y 1995, mientras que las distribuciones de los años 1993 y 1994 dominan a 1996, que es el peor de los ejercicios aunque no es comparable a 1995. A partir de 1996, cada año domina al anterior, de forma que se observa una mejora progresiva anual del bienestar de la distribución de la renta, considerando únicamente el criterio de eficiencia establecido en la dominancia de primer orden. Las dominancias de 1997 respecto a los años precedentes son débiles, mientras que las establecidas a partir de 1998 sobre las anteriores olas son fuertes, si bien la dominancia de 2000 sobre 1999 vuelve a ser débil.

La aplicación de los contrastes sobre las curvas de Lorenz generalizadas permite ordenar un par adicional de distribuciones, así 1995 domina débilmente a 1996, ejercicio que, de esta forma, presenta la peor situación de todo el período en cuanto al nivel de bienestar asociado a su distribución al introducir criterios de equidad y eficiencia. La ordenación se mantiene para el resto de períodos, observándose la ausencia de diferencias significativas entre 1993, 1994 y 1995 y una fase de creciente mejora del bienestar a partir de 1997 con dominancias, fuertes en general, sobre los períodos anteriores.

La ordenación de Lorenz resulta, sin embargo, menos concluyente que las anteriores. Todos los ejercicios dominan a 1996 que, por tanto, fue el año que manifiesta mayor desigualdad. 1993 y 1995 presentan similares niveles de desigualdad pues no se detectan diferencias significativas, al igual que 1997 y 1994. 1998 domina a los años precedentes y, finalmente, todos los años anteriores son dominados por 2000 y 1999 que presentan similares niveles de desigualdad entre sí.

Si restringimos el análisis a la dominancia truncada para ordenar pobreza, se observa que entre las distribuciones de los años 1993, 1994 y 1995 no puede rechazarse la hipótesis de igualdad de sus funciones cuantiles y curvas de Lorenz generalizadas truncadas. Sin embargo, todas estas distribuciones dominan tanto en porcentaje de pobres como en la medida de brecha de pobreza al año 1996. A partir de 1997 se produce un proceso de mejora de la distribución, dominando cada año al anterior tanto en pobreza de primer orden como de segundo orden.

5. CONCLUSIONES

Como se comprueba a lo largo de este trabajo, las técnicas de dominancia estocástica con inferencia proporcionan una potente herramienta para ordenar el bienestar asociado a distintas distribuciones de renta. En efecto, utilizando tan sólo el Principio de Anonimato y la preferencia por la eficiencia somos capaces de ordenar sin ambigüedad casi el 86% de las distribuciones comparadas. Si además asumimos preferencia por la equidad, el porcentaje de ordenaciones se incrementa hasta casi el 90%, porcentaje que se mantiene en el caso de la dominancia en pobreza, tanto en primer como en segundo orden. Esta gran capacidad de ordenación es una de las principales conclusiones de este trabajo.

En cuanto a los resultados obtenidos para el caso español, es de destacar la mejora experimentada por la distribución personal de la renta en España desde 1997, tanto en aumento del bienestar asociado en disminución de pobreza y de desigualdad. Esta mejora ha sido ininterrumpida desde dicho año 1997. En los años previos a 1997 las dificultades de ordenación complican la obtención de conclusiones tan contundentes como las obtenidas en los años de 1997 y posteriores.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Adiego, M. y Moneo, C. (2004): *Pobreza y pobreza persistente en España. 1994-2000.* Informe del Instituto Nacional de Estadística, INE.

Ahamdanech, I. y C. García (2004): "Welfare and Poverty in European Countries: An Inference-Based Stochastic Dominance Approach", 28th General Conference of The International Association for Research in Income and Wealth. Cork, Irlanda. Agosto 2004.

Atkinson, A.B. (1970): "On the Measurement of Inequality", *Journal of Economic Theory*, 2, 244-263.

Beach, C.M. y R. Davidson (1983): "Distribution-Free Statistical Inference with Lorenz Curves and Income Shares", *Review of Economic Studies*, 50, 723-735.

Beach, C.M. y S.F. Kaliski (1986): "Lorenz Curve Inference with Sample Weights: An Application to the Distribution of Unemployment Experience", *Applied Statistics*, 35, 38-45.

Beach, C.M., Chow, K.V., Formby, J.P. y Slotsve, G.A. (1994): "Statistical Inference for Decile Means. *Economic Letters*, 45 (2), 161-167.

Bishop, J.A. y J.P. Formby (1994): "A Dominance Evaluation of Distribution of Income and the Benefits of Economic Growth in the Unites States". In Bergstrand, J., Cosimano, T. y Sheehan, R.G. (Eds). *The Changing Distribution of Income in an Open U.S. Economy,* 69-109, North Holland.

Bishop, J.A., J.P. Formby y W. J. Smith (1994): "International Comparisons of Welfare and Poverty: Dominance Orderings for Ten Countries", *The Canadian Journal of Economics*, 26, 707-726.

Bishop, J.A., J.P. Formby y P.D. Thistle (1989): "Statistical Inference, Income Distributions and Social Welfare", in D.J. Slotje (Eds.) *Research on Economic Inequality*, Vol.1, Greenwich, CN: JAI Press.

Bishop, J.A., J.P. Formby y P.D. Thistle (1991): "Rank Dominance and International Comparisons of Income Distribution", *European Economic Review* 35, 1399-1409.

Cooter, R., y P. Rapaport (1984): "Were the Ordinalists Wrong About Welfare Economics?", *Journal of Economic Literature*, 22, 507-530.

Dasgupta, P., A.K. Sen y D. Starret (1973): “Notes on the Measurement of Inequality”, *Journal of Economic Theory*, 6, 180-187.

Foster, J.E, y A.F. Shorrocks (1988): “Poverty Orderings”, *Economica* 56, 173-177.

Gatswirth, J.L. (1971): “A General Definition of the Lorenz Curve”, *Econometrica*, 39, 1037-1039.

Kolm, S.Ch. (1969): “The Optimal Production of Social Justice”, in J. Margolis and H. Guitton (Eds.) *Public Economics*, London: Macmillan.

Kolm, S.C. (1976): “Unequal Inequalities: I”, *Journal of Economic Theory* 12, 416-442.

Rao, C.R. (1973): “Linear Statistical Inference and its applications in statistics”. 2nd edn., John Wiley & Sons: New York.

Sen, A.K. (1973): “On Economic Inequality”, New York: Norton.

Sen, A.K. (1976): “Real National Income”, *Review of Economic Studies* 43, 19-39.

Saposnik, R. (1981): “Rank Dominance in Income Distribution”, *Public Choice*, 36, 147-151.

Saposnik, R. (1983): “On Evaluating Income Distributions: Rank Dominance, the Suppes-Sen Grading Principle of Justice and Pareto Optimality”, *Public Choice* 40, 329-36.

Shorrocks, A. F. (1983): “Ranking Income Distributions”, *Economica*, 50, 3-17.

Stoline, M.R., y H.K. Ury (1979): “Tables of the Studentized Maximum Modulus Distributions and an Application to Multiple Comparisons among Means”, *Technometrics* 21, 87-93.

Wilks, S. S. (1962): *Mathematical Statistics*, John Wiley & Sons: New York.

APÉNDICE

TABLA A1
Rentas medias por decil y errores típicos
(pesetas constantes de 1993)

Deciles	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
1	206211,25	208887,42	202076,21	183535,77	213308,91	247416,84	286250,77	290050,58
	(3072,11)	(3306,60)	(3451,01)	(3357,37)	(3739,10)	(3641,42)	(4351,73)	(4650,38)
2	385862,98	390970,51	392820,95	372445,30	410734,17	435063,43	486704,28	504134,46
	(2514,47)	(2530,78)	(2840,18)	(3254,99)	(3080,23)	(3784,89)	(3630,04)	(4266,65)
3	488179,44	487884,63	494961,33	481084,53	513192,37	563001,16	612393,10	638140,46
	(2765,85)	(2662,72)	(2600,11)	(2889,19)	(3171,82)	(3814,78)	(3799,77)	(3705,61)
4	585202,47	584245,58	582634,71	579249,05	611646,27	664094,49	711554,86	742566,57
	(2725,55)	(3090,85)	(3028,03)	(3443,39)	(3461,69)	(3571,21)	(3725,53)	(3905,69)
5	677237,30	679347,44	673581,28	675282,38	704681,31	766358,74	817453,51	859805,00
	(3163,01)	(3439,80)	(3197,50)	(3467,95)	(3662,98)	(3677,86)	(4570,81)	(5471,55)
6	779800,14	789656,99	774636,01	780399,53	817442,30	881149,67	939801,62	994824,31
	(3500,03)	(3902,77)	(3889,58)	(4109,24)	(4424,86)	(5097,81)	(4905,12)	(5637,78)
7	912557,65	917358,78	906891,38	917240,26	957628,31	1034233,29	1084747,51	1153356,77
	(4738,70)	(4862,25)	(5225,43)	(5584,33)	(5796,43)	(6319,56)	(6202,06)	(7053,09)
8	1101815,09	1104897,09	1085492,33	1106164,60	1148309,01	1233423,31	1282966,87	1352378,78
	(6167,09)	(6365,33)	(5969,00)	(6702,41)	(7581,99)	(6972,64)	(8147,20)	(7312,62)
9	1390053,27	1384561,41	1364494,57	1417043,71	1450098,94	1515787,95	1625288,36	1681114,44
	(8328,43)	(8525,76)	(8929,48)	(10219,01)	(9017,75)	(10398,28)	(12784,32)	(13591,49)
10	2289517,26	2222491,57	2297653,52	2293165,74	2335177,86	2470460,13	2599707,16	2754729,35
	(22170,52)	(20851,83)	(27365,29)	(23844,40)	(25700,95)	(27718,45)	(33313,37)	(41566,15)

TABLA A2

Ordenadas de las curvas de Lorenz Generalizadas y errores típicos

(pesetas constantes de 1993)

Deciles	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
1	20614,50	20888,38	20201,53	18341,52	21324,50	24689,70	28615,74	28978,99
	(307,21)	(330,66)	(345,10)	(335,74)	(373,91)	(364,14)	(435,17)	(465,04)
2	59200,80	59985,43	59483,63	55586,05	62397,91	68196,04	77286,17	79392,43
	(509,55)	(535,31)	(578,38)	(607,41)	(628,87)	(671,04)	(723,07)	(807,22)
3	108018,74	108773,90	108979,76	103694,50	113717,15	124496,15	138525,48	143206,48
	(725,30)	(741,06)	(780,58)	(835,24)	(875,58)	(977,65)	(1021,88)	(1099,25)
4	166538,99	167198,45	167243,23	161619,41	174881,78	190905,60	209680,96	217463,14
	(936,19)	(980,23)	(1011,13)	(1102,54)	(1142,31)	(1253,81)	(1305,45)	(1397,48)
5	234262,72	235133,20	234601,36	229147,64	245349,91	267541,48	291426,31	303443,64
	(1176,44)	(1242,94)	(1251,55)	(1366,36)	(1418,36)	(1533,76)	(1651,70)	(1814,10)
6	312242,73	314098,90	312064,96	307187,60	327094,14	355656,44	385406,48	402926,07
	(1437,87)	(1538,25)	(1541,04)	(1673,46)	(1751,40)	(1916,35)	(2019,82)	(2240,89)
7	403498,50	405834,78	402754,10	398911,62	422856,97	459079,77	493881,23	518261,74
	(1789,23)	(1898,45)	(1927,81)	(2087,18)	(2182,98)	(2388,86)	(2478,86)	(2764,14)
8	513680,01	516324,48	511303,33	509528,08	537687,87	582422,10	622177,91	653499,62
	(2239,60)	(2362,91)	(2360,92)	(2574,96)	(2735,84)	(2896,62)	(3067,73)	(3288,23)
9	652685,34	654780,63	647752,79	651232,45	682697,76	734000,90	784706,75	821611,07
	(2821,82)	(2954,42)	(2982,04)	(3295,86)	(3369,07)	(3609,59)	(3968,38)	(4224,27)
10	881637,06	877029,78	877518,14	880549,03	916215,55	981046,91	1044677,47	1097084,00
	(4197,48)	(4226,44)	(4707,02)	(4750,88)	(4962,30)	(5327,59)	(5973,04)	(6752,95)

TABLA A3
Ordenadas de las curvas de Lorenz y errores típicos
(pesetas constantes de 1993)

Deciles	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
1	0,0234	0,0238	0,0230	0,0208	0,0233	0,0252	0,0274	0,0264
	(1,1E-07)	(1,3E-07)	(1,4E-07)	(1,3E-07)	(1,5E-07)	(1,3E-07)	(1,6E-07)	(1,7E-07)
2	0,0671	0,0684	0,0678	0,0631	0,0681	0,0695	0,0740	0,0724
	(2,9E-07)	(3,2E-07)	(3,8E-07)	(4,0E-07)	(4,0E-07)	(3,9E-07)	(4,3E-07)	(4,9E-07)
3	0,1225	0,1240	0,1242	0,1178	0,1241	0,1269	0,1326	0,1305
	(5,6E-07)	(5,7E-07)	(7,0E-07)	(7,1E-07)	(7,4E-07)	(7,8E-07)	(8,4E-07)	(9,3E-07)
4	0,1889	0,1906	0,1906	0,1835	0,1909	0,1946	0,2007	0,1982
	(9,0E-07)	(9,3E-07)	(1,1E-06)	(1,2E-06)	(1,2E-06)	(1,2E-06)	(1,4E-06)	(1,5E-06)
5	0,2657	0,2681	0,2673	0,2602	0,2678	0,2727	0,2790	0,2766
	(1,3E-06)	(1,4E-06)	(1,7E-06)	(1,7E-06)	(1,7E-06)	(1,8E-06)	(2,0E-06)	(2,4E-06)
6	0,3542	0,3581	0,3556	0,3489	0,3570	0,3625	0,3689	0,3673
	(1,8E-06)	(1,9E-06)	(2,4E-06)	(2,3E-06)	(2,4E-06)	(2,4E-06)	(2,9E-06)	(3,5E-06)
7	0,4577	0,4627	0,4590	0,4530	0,4615	0,4679	0,4728	0,4724
	(2,4E-06)	(2,4E-06)	(3,3E-06)	(2,9E-06)	(3,0E-06)	(3,1E-06)	(3,8E-06)	(4,8E-06)
8	0,5826	0,5887	0,5827	0,5786	0,5869	0,5937	0,5956	0,5957
	(2,9E-06)	(2,7E-06)	(4,1E-06)	(3,5E-06)	(3,5E-06)	(3,8E-06)	(4,7E-06)	(6,3E-06)
9	0,7403	0,7466	0,7382	0,7396	0,7451	0,7482	0,7511	0,7489
	(3,0E-06)	(2,7E-06)	(4,6E-06)	(3,5E-06)	(3,7E-06)	(3,8E-06)	(5,1E-06)	(7,3E-06)
10	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

TABLA A4
Dominancia estocástica de primer y segundo orden
Resultados de los contrastes

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
1993	*						
1994	= =	*					
1995	= =	= =	*				
1996	$-_w -_w$	$-_w -_w$	X $-_w$	*			
1997	$+_w +_w$	$+_w +_w$	$+_w +_w$	$+_w +_s$	*		
1998	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	X $+_s$	*	
1999	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_{s5} +_s$	*
2000	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_w +_w$

TABLA A5
Dominancia estocástica en pobreza de primer y segundo orden
Resultados de los contrastes

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
1993	*						
1994	= =	*					
1995	= =	= =	*				
1996	$-_{s5} -_s$	$-_s -_s$	$-_s -_s$	*			
1997	$+_w +_w$	$+_w +_w$	$+_w +_w$	$+_s +_s$	*		
1998	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	*	
1999	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	*
2000	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_s +_s$	$+_w$ X

TABLA A6
Dominancia estocástica de Lorenz
Resultados de los contrastes

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
1993	*						
1994	$+_w$	*					
1995	=	$-_w$	*				
1996	$-_w$	$-_w$	$-_w$	*			
1997	X	=	X	$+_w$	*		
1998	$+_{s5}$	$+_w$	$+_w$	$+_{s5}$	$+_w$	*	
1999	$+_s$	$+_w$	$+_s$	$+_s$	$+_w$	$+_w$	*
2000	$+_{s5}$	$+_w$	$+_{s5}$	$+_{s5}$	$+_w$	$+_w$	X

GRÁFICO 1
Ordenación por dominancia estocástica de primer y segundo orden

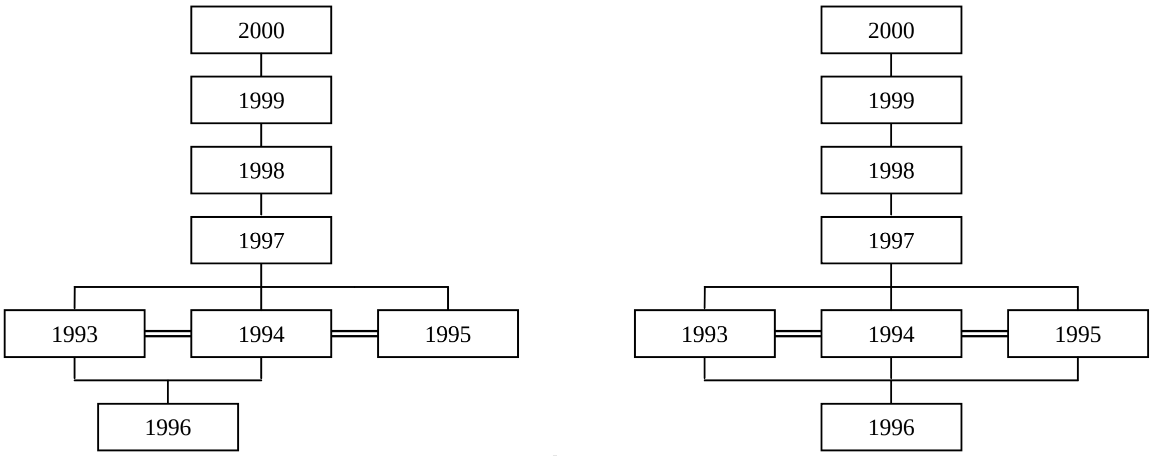

GRÁFICO 2
Ordenación por el criterio de dominancia de Lorenz

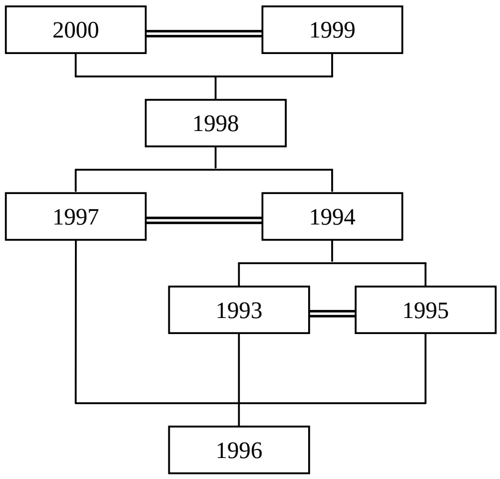

GRÁFICO 3
Ordenaciones de pobreza de primer y segundo orden